CAPÍTULO 1 MEDIDAS Y MEDICIONES

Logros

El estudiante, luego de realizar las actividades de aprendizaje sugeridas:

- ✓ Manejará con propiedad los conceptos de magnitud, unidad y medida.
- ✓ Identificará las unidades del Sistema Internacional
- ✓ Utilizará los factores correspondientes de conversión de unidades
- ✓ Utilizará las cifras significativas correctas para expresar los resultados de operaciones numéricas y la incertidumbre en una medición.

Indicadores de logro

- ✓ Realiza cálculos para expresar cantidades físicas en diferentes unidades.
- ✓ Realiza mediciones y expresa la incertidumbre de la medición
- ✓ Expresa el resultado de una operación con las cifras significativas correctas.

1.1 INTRODUCCIÓN

En la vida cotidiana seguramente Ud. ha tenido que realizar mediciones en diversas situaciones utilizando cintas métricas, reglas graduadas, frascos graduados, balanzas, relojes y habrá obtenido unos determinados valores que para la finalidad que se requerían resultaron apropiados. Sin embargo, en el trabajo científico o de ingeniería no basta con precisar el solo valor de la medida es necesario conocer la precisión con la cual se realizó, especificar el grado de incertidumbre en la medida, determinar que tan confiable es el instrumento de medida utilizado. Por estas razones, antes de comenzar cualquier estudio, debemos detenernos a revisar algunos conceptos relacionados con las mediciones y los errores inherentes a ellas.

El conjunto de conocimientos desarrollados a lo largo de la historia de las ciencias naturales tienen su fundamento en las observaciones, mediciones y registros de datos de los diferentes eventos acaecidos. La precisión en las mediciones juega un papel importante en el avance de la ciencia y la tecnología. Atendiendo a la importancia de las medidas en este primer capítulo presentaremos el concepto de medición, los sistemas de unidades de medidas, los factores de conversión de unidades, la incertidumbre y los errores en las medidas y la expresión científica de los datos, mediante el uso de las cifras significativas apropiadas.

1.2 CONCEPTO DE MEDICIÓN

Medir es determinar por comparación con patrones unitarios previamente establecidos el valor de una magnitud física. Se entiende por magnitud física la propiedad o característica de un objeto o de un proceso que es susceptible de ser medida. Por ejemplo la masa de un cuerpo, la longitud existente entre dos puntos, el tiempo transcurrido durante un evento, la velocidad de un vehículo, la fuerza para levantar una masa. Las magnitudes físicas se clasifican en ***fundamentales*** si no dependen de ninguna otra y ***derivadas***, si son definidas en función de otras. Por ejemplo la longitud, la masa o el tiempo son magnitudes fundamentales ya que no se requiere de ninguna otra propiedad para su determinación, en cambio la velocidad es una magnitud derivada ya que se define en función de longitud y tiempo.

El resultado de toda medida tiene un valor numérico y una unidad correspondiente a la magnitud física que se mide. Por ejemplo la longitud de tramos de tubería se puede expresar como 5 m, 10 pies, o 235 cm. El número indica cuántas veces se repite la unidad utilizada. Cuando se trabaja con diferentes magnitudes físicas y se quiere establecer dependencias entre ellas en un determinado proceso, se deben expresar todas sus correspondientes unidades en un solo sistema de unidades.

1.3 SISTEMAS DE UNIDADES DE MEDIDA

Un sistema de unidades de medida es el conjunto de las unidades que corresponden a cada una de las magnitudes físicas fundamentales y las que, a partir de ellas, se definen para las magnitudes derivadas. A lo largo de la historia, los sistemas de mediciones han evolucionado tendiendo a encontrar patrones que sean invariables para definir una unidad. Durante muchos siglos las distintas civilizaciones utilizaron primitivos patrones de medida corporales, lo cual limitaba la actividad comercial y el avance del conocimiento. Sólo hasta el siglo XVIII se establece el sistema métrico decimal, consistente en que cada unidad de medida tenga múltiplos y submúltiplos de 10. El sistema métrico denominado también como **mks**, tiene como unidades fundamentales el **m**etro, el **k**ilogramo y el **s**egundo y constituye la base del actual Sistema Internacional.

Aunque desde 1960, se adopta en Europa y en la mayor parte del mundo el Sistema Internacional de Unidades (SI), en los Estados Unidos, país de alto desarrollo tecnológico y científico, todavía se utiliza el sistema anglosajón o inglés. Por esta razón en ingeniería se utilizan con gran frecuencia ambos sistemas y es necesario familiarizarse con sus correspondientes equivalencias.

Por consiguiente es importante que Ud aprenda realizar en forma sistemática la conversión de unidades utilizando los factores apropiados. Para facilitarle esta tarea le A presentaremos continuación las unidades del Sistema Internacional, las del sistema Inglés y los factores de conversión de mayor utilización y unos ejemplos que con toda seguridad se servirán de guía o modelo.

1.3.1 Sistema Internacional de Unidades (SI)

El SI está basado en 7 unidades fundamentales y a partir de ellas se deducen las correspondientes a las magnitudes derivadas. En la tabla 1-1 se indican la magnitud física fundamental, el nombre de la unidad de medida correspondiente y el símbolo utilizado.

Magnitud	Nombre	Símbolo
Longitud	Metro	m
Masa	Kilogramo	kg
Tiempo	Segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	Ampere	A
Temperatura termodinámica	Kelvin	K
Cantidad de sustancia	Mol	mol
Intensidad luminosa	Candela	cd

Tabla 1-1 Unidades de medida del SI

Históricamente la definición de cada unidad ha presentado cambios siempre tendientes a encontrar un patrón lo más invariable posible y como tal que sea independiente de las condiciones de presión, temperatura o cualquier otro factor que pueda alterar su valor para que pueda servir de referencia.

La tabla 1-2 muestra las últimas definiciones universalmente aceptadas para cada una de las unidades correspondientes a las magnitudes fundamentales. Algunas de ellas de pronto no le sean muy familiares pero es necesario que las conozca ya que constituyen la referencia para la definición de otras unidades.

Longitud	El **metro** es la longitud de la trayectoria recorrida por la luz en el vacío, durante un lapso de 1/299 792 458 de segundo.
Masa	El **kilogramo** (**kg**) es igual a la masa del prototipo internacional del kilogramo, un bloque de platino e iridio que se conserva en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas de Sèvres.
Tiempo	El **segundo** (**s**) es la duración de 9.192.631.770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133.
Intensidad de corriente eléctrica	El **ampere** (**A**) es la intensidad de una corriente constante que manteniéndose en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable y situados a una distancia de un metro uno de otro en el vacío, produciría una fuerza igual a 2.10^{-7} newton por metro de longitud.
Temperatura termodinámica	El **kelvin** (**K**), es la fracción 1/273,16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua.
Cantidad de sustancia	El **mol** (**mol**) es la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en 0,012 kilogramos de carbono 12.
Intensidad luminosa	La **candela** (**cd**) es la unidad luminosa, en una dirección dada, procedente de una fuente que emite una radiación monocromática de frecuencia $540x10^{12}$ hertz y cuya intensidad energética en dicha dirección es 1/683 watt por estereorradián.

Tabla 1-2. Definición de las unidades de medida del SI

Otras magnitudes fundamentales del SI corresponden a los ángulos planos y ángulos sólidos para los cuales se definen las siguientes unidades

Radián	El **radián** (**rad**) es el ángulo plano comprendido entre dos radios de un círculo que, sobre la circunferencia de dicho círculo, interceptan un arco de longitud igual a la del radio.
Estereorradián	El **estereorradián** (sr) es el ángulo sólido que, teniendo su vértice en el centro de una esfera, intercepta sobre la superficie de dicha esfera un área igual a la de un cuadrado que tenga por lado el radio de la esfera.

Tabla 1-3. Unidades de medida del SI para ángulos

En la tabla 1-4 se muestra el nombre y la unidad correspondientes en el SI para algunas de las principales magnitudes derivadas.

Magnitud	**Nombre**	**Símbolo**
Superficie	metro cuadrado	m^2
Volumen	metro cúbico	m^3
Velocidad	metro por segundo	m/s
Aceleración	metro por segundo cuadrado	m/s^2
Número de ondas	metro a la menos uno	m^{-1}
Densidad	kilogramo por metro cúbico	kg/m^3
Velocidad angular	radián por segundo	rad/s
Aceleración angular	radián por segundo cuadrado	rad/s^2

Tabla 1-4. Unidades de medida para magnitudes derivadas del SI

En el SI también existen unidades derivadas con nombre y símbolos especiales que por supuesto también es necesario conocer como se indica en la tabla 1-5.

Magnitud	**Nombre**	**Símbolo**	**Expresión en otras unidades SI**	**Expresión en unidades SI básicas**
Frecuencia	Hertz	Hz		s^{-1}
Fuerza	Newton	N		$m\ kg\ s^{-2}$
Presión	Pascal	Pa	$N\ m^{-2}$	$m^{-1}\ kg\ s^{-2}$
Energía, trabajo, calor	Joule	J	N m	$m^2\ kg\ s^{-2}$
Potencia	Watt	W	$J\ s^{-1}$	$m^2\ kg\ s^{-3}$
Carga eléctrica	Coulomb	C		s A
Potencial eléctrico, fem	Volt	V	$W\ A^{-1}$	$m^2\ kg\ s^{-3}\ A^{-1}$
Resistencia eléctrica	Ohm	□	$V\ A^{-1}$	$m^2\ kg\ s^{-3}\ A^{-2}$
Capacidad eléctrica	Farad	F	$C\ V^{-1}$	$m^{-2}\ kg^{-1}\ s^4\ A^2$
Flujo magnético	Weber	Wb	V s	$m^2\ kg\ s^{-2}\ A^{-1}$
Inducción magnética	Tesla	T	$Wb\ m^2$	$kg\ s^{-2}\ A^1$
Inductancia	Henry	H	$Wb\ A^{-1}$	$m^2\ kg\ s^{-2}\ A^{-2}$

Tabla 1-5. Unidades derivadas con nombre propio

1.3.2 Múltiplos y submúltiplos decimales

Para expresar cantidades muy grandes o extremadamente pequeñas se utilizan los múltiplos y submúltiplos de las unidades fundaméntales los cuales se denotan con prefijos aceptados universalmente. Los prefijos se anteponen al nombre de la unidad para formar palabras que indican sin lugar a ninguna duda la cantidad que se quiere expresar. Por ejemplo un megajoule (MJ) de energía significa un millón de joules. Un kilómetro (km) mil metros.

En la tabla 1-6 Ud. encuentra una lista de los prefijos, el símbolo y el factor al que corresponde.

MÚLTIPLOS			SUBMÚLTIPLOS		
Prefijo	**Símbolo**	**Factor**	**Prefijo**	**Símbolo**	**Factor**
Yotta	Y	10^{24}	deci	d	10^{-1}
Zetta	Z	10^{21}	centi	c	10^{-2}
Exa	E	10^{18}	mili	m	10^{-3}
Penta	P	10^{15}	micro	μ	10^{-6}
Tera	T	10^{12}	nano	n	10^{-9}
Giga	G	10^{9}	pico	p	10^{-12}
Mega	M	10^{6}	femto	f	10^{-15}
Kilo	K	10^{3}	atto	a	10^{-18}
Hecto	H	10^{2}	zepto	z	10^{-21}
Deca	Da	10^{1}	yocto	y	10^{-24}

Tabla 1-6. Múltiplos y submúltiplos para unidades de medida

1.3.3 Sistema Inglés de Unidades

El sistema inglés establece tres magnitudes fundamentales con sus correspondientes unidades:

Magnitud	Unidad	Símbolo
Longitud	Pie	ft
Fuerza	Libra fuerza	lbf
Tiempo	Segundo	s

Tabla 1-7. Unidades de medida del sistema inglés

En el sistema inglés la masa es una magnitud derivada y su unidad es el slug definida como la masa que adquiere una aceleración de 1 pie/s^2 cuando actúa sobre ella una fuerza neta de 1 lbf.

En el sistema inglés, la masa, con mayor frecuencia se expresa en unidades de libras masa (lbm) que corresponde a 0,45439 kg.

Tabla 1-8 FACTORES DE CONVERSIÓN MÁS USUALES

LONGITUD	m	Cm	km	Pulgada	Pie	Yarda	Milla
m	1	100	0,001	39,37	3,2808	1,09361	0,00062
cm	0,01	1	0,00001	0,3937	0,0328	0,010936	0,0000062
km	1.000	100.000	1	39.370	3.280,8	1.093,61	0,62137
Pulgada	0,0254	2,54	0,0000254	1	0,08333	0,02778	0,00002
Pie	0,3048	30,48	0,0003048	12	1	0,33333	0,00019
Yarda	0,9144	91,44	0,0009144	36	3	1	0,00057
Milla	1.609,34	160.934	1,60934	63.360	5.280	1.760	1

MASA	Gramo (g)	Kilogramo (kg)	Libra masa (lb)	Onza (oz)
Gramo	1	0,001	0,0022046	0,0352736
Kilogramo	1.000	1	2,2046	35,2736
Libra masa	453,59	0,45359	1	16
Onza	28,3495	0,0283495	0.0625	1

TIEMPO	Días	Horas	Minutos	Segundos
Días	1	24	1.440	86.400
Horas	0,041667	1	60	3.600
Minutos	0,0006944	0,016667	1	60
Segundos	$1,157407 \times 10^{-5}$	0,00027778	0,016667	1

SUPERFICIE	m^2	cm^2	km^2	$pies^2$
m^2	1	10.000	$1,0 \times 10^{-6}$	10,7639
cm^2	$1,0 \times 10^{-4}$	1	$1,0 \times 10^{-10}$	0,001076
km^2	1'000.000	$1,0 \times 10^{10}$	1	1.076×10^{7}
$pies^2$	0,092903	929,03	$9,2903 \times 10^{-8}$	1

VOLUMEN	m^3	cm^3	litros (L)	$pies^3$	galones
m^3	1	$1,0 \times 10^{6}$	1.000	35,3146	264,1721
cm^3	$1,0 \times 10^{-6}$	1	0,001	$3,53146 \times 10^{-5}$	$2,6417 \times 10^{-4}$
litros (L)	0,001	1.000	1	0,0535146	0,264172
$pies^3$	0,028316	28.316	28,316	1	7,4805
galones	0,003785	3.785,4	3,7854	0,13368	1

PRESIÓN	Atmósfera	mm de Hg	Bar	Pascal	$Lbf/pulgada^2$
Atmósfera	1	760	1,01325	101.325	14,7
mm de Hg	0,001316	1	0,001333	133,32	0,01934
Bar	0,986923	750,06	1	100.000	14,5
Pascal	$9,8692 \times 10^{-6}$	0,00750	1×10^{-5}	1	$14,5 \times 10^{-5}$
$Lbf/pulgada^2$	0,0004725	0,3591	0,0004788	47,88	1

1.3.4 Ejercicios de equivalencias de unidades

Ejemplo 1-1
La longitud de una pista de aterrizaje es de 2.500 metros, exprese esta distancia en a) Km b) b) millas c) c) pies Solución: para cada caso se utiliza el factor de conversión apropiado a) $2.500\ m = (2.500\ m)(\frac{1\ km}{1.000\ m}) = 2{,}500\ km$ b) $2.500\ m = (2.500\ m)(\frac{1\ milla}{1.609{,}34\ m}) = 1{,}5534\ millas$ c) $2.500\ m = (2.500\ m)(\frac{3{,}2808\ pies}{1\ m}) = 8.202\ pies$ Observe que en cada caso se multiplica la cantidad en metros por un factor unitario que permite el cambio de unidades, siendo la cantidad física la misma.

Ejemplo 1-2
Un vehículo se mueve a razón de 72 km/h, exprese esta rapidez en a) millas/hora b) b) m/s c) c) pies/s Solución: se utiliza los factores de conversión que sean necesarios a) $72\ km/h = (72\frac{km}{h})(\frac{1\ milla}{1{,}60934\ km}) = 44{,}74\ millas/h$ b) $72\ km/h = (72\frac{km}{h})(\frac{1.000\ m}{1\ km})(\frac{1\ hora}{3.600\ s}) = 20\ m/s$ c) $72\ km/h = (72\frac{km}{h})(\frac{3.280{,}8\ pies}{1\ km})(\frac{1\ hora}{3.600\ s}) = 65{,}61\ pies/s$

En la actualidad existen muchos programas de computador que realizan rápidamente la conversión de unidades, muchos de ellos de uso libre, pruebe a bajar algunos de Internet, le recomendamos uno muy sencillo de manejar y que ocupa muy poco espacio (548 kB), denominado Convert, el cual se puede obtener en la siguiente dirección:
http://www.joshmadison.com/software/.

Ejemplo 1-3

Un vehículo se mueve a razón de 72 km/h, exprese esta rapidez en
a) millas/hora
b) b) m/s
c) c) pies/s

Solución: se utiliza los factores de conversión que sean necesarios

a) $72 \ km/h = (72\frac{km}{h})(\frac{1 \ milla}{1{,}60934 \ km}) = 44{,}74 \ millas/h$

b) $72 \ km/h = (72\frac{km}{h})(\frac{1.000 \ m}{1 \ km})(\frac{1 \ hora}{3.600 \ s}) = 20 \ m/s$

c) $72 \ km/h = (72\frac{km}{h})(\frac{3.280{,}8 \ pies}{1 \ km})(\frac{1 \ hora}{3.600 \ s}) = 65{,}61 \ pies/s$

Ejemplo 1-4

Un cubo tiene 30,0 cm de lado, expresar su volumen en cm^3, m^3 y $pies^3$

Solución. Se pueden utilizar dos procedimientos: calcular primero el volumen y luego realizar las conversiones o realizar la conversión de unidades y luego calcular los volúmenes. Utilizaremos el primer método. Recuerde que el volumen de un cubo de lado l es l^3.

$$V = l^3 = (30{,}0 \ cm)^3 = 27.000 \ cm^3$$

$$V = 27.000 \ cm^3 = (27.000 \ cm^3)(\frac{1 \ m^3}{1{,}0x10^6 \ cm^3}) = 0{,}027 \ m^3$$

$$V = 27.000 \ cm^3 = (27.000 \ cm^3)(\frac{1 \ pie^3}{28.316 \ cm^3}) = \ 0{,}9535 pies^3$$

Ejemplo 1-5

Determine la masa en kilogramos de una barra cilíndrica de aluminio que tiene 3 pulgadas de diámetro y 2 pies de longitud. La densidad del aluminio es de 2,7 g/cm^3.

Solución. Recuerde que la densidad se define como la relación entre la masa y el volumen, entonces la masa será igual al producto del volumen por la densidad. Como se solicita que la masa se exprese en kilogramos es necesario convertir todas las unidades al Sistema Internacional. También debe recordar que el volumen de un cilindro es $V = \pi R^2 l$.

$$Densidad = 2{,}7\frac{g}{cm^3}(\frac{1 \ kg}{1.000 \ g})(\frac{1{,}0x10^6 cm^3}{1 \ m^3}) = 2.700\frac{kg}{m^3}$$

$$radio\ (R) = (\frac{3\ \ pulgadas}{2})(\frac{0{,}0254\ \ m}{1\ \ pulgada}) = 0{,}0381\ \ m$$

$$longitud\ \ (l) = (2\ \ pies)(\frac{0{,}3048\ \ m}{1\ \ pie}) = 0{,}6096\ \ m$$

entonces

$$V = (3{,}1416)(0{,}0381\ \ m)^2(0{,}6096\ \ m) = 0{,}00278\ \ m^3$$

$$m = V.D = (0{,}00278\ \ m^3)(2.700\frac{kg}{m^3}) = 7.51\ \ kg$$

TALLER No 1 MEDICIONES

OBJETIVOS

- ✓ Realizar mediciones de longitud y expresar los resultados en diferentes unidades.
- ✓ Expresar con diferentes unidades los resultados de calcular magnitudes derivadas como superficie, volumen, densidad.
- ✓ Adquirir habilidad en el uso apropiado de los factores de conversión de unidades

En la vida cotidiana y en el campo laboral las personas deben constantemente resolver problemas en forma autónoma y sistemática a partir de los conocimientos que se tengan sobre un determinado asunto. Para desarrollar esta competencia en este taller se propone realizar una serie de ejercicios prácticos tendientes a estimular la iniciativa personal, promover el trabajo en grupo, fomentar el espíritu de liderazgo que conlleve superar dificultades y generar soluciones valederas a los problemas planteados.

METODOLOGÍA

Luego de leer y estudiar atentamente los ejemplos presentados sobre conversión de unidades desarrolle en forma individual cada uno de los puntos de este taller, discuta con sus compañeros de grupo la forma como cada quien dio respuesta a los problemas o ejercicios planteados. Si persisten dudas o existen varios puntos de vista o criterios divergentes, se deben plantear o aclarar las inquietudes en la sesión de tutoría.

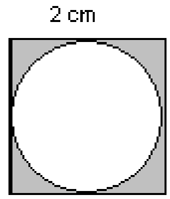
1. Indique a cuantas unidades fundamentales corresponden las siguientes cantidades: nanómetro, gigahertz, miliamperio, microgramo, picofarad, megajolue.

2. Exprese el volumen en m^3 de los siguientes cuerpos geométricos
   a. un cubo de 5 pies de lado
   b. un cilindro de 80 cm de alto y 70 cm de diámetro
   c. una esfera de 20 pulgadas de radio

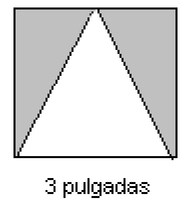
3. Realice un escrito donde con su propio lenguaje interprete la definición de un radián. sobre una hoja de papel dibuje una circunferencia de 10 cm de diámetro, trace y recorte un sector correspondiente a un radián. A cuantos grados equivale?

4. Calcule el área de los espacios sombreados y expresarla en m^2, cm^2 y $pies^2$

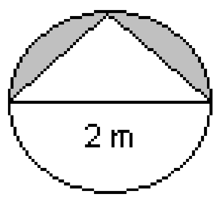
a)



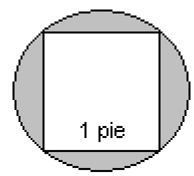
b)



c)



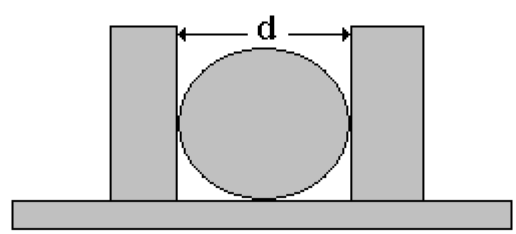
d)



Sugerencia: restar las áreas de las figuras geométricas involucradas

5. Utilizando un metro, una regla graduada o cualquier elemento de medida de longitud, mida el largo y ancho de una mesa, determine el área y exprese el resultado en cm^2, m^2 y $pies^2$.

6. Consiga unas canicas o esferas y mídales el diámetro colocándolas entre dos bloques y determinando la distancia que hay entre ellos como se ilustra en la figura. Calcule el volumen en cm^3 y en $pies^3$. Si dispone de una balanza, determine la masa y calcule la densidad del material. Si no es así, consulte o estime la densidad del material de las canicas y calcule la masa de cada esfera.



7. Si la densidad de la glicerina es de 1,26 g/cm^3, determine el volumen en litros de 10,0 lbm de esta sustancia.

8. La gasolina es una mezcla de hidrocarburos isómeros del octano, por lo tanto el valor de la densidad depende de la proporción de los componentes de la mezcla. Para un determinado tipo de gasolina la densidad es de 0,68 g/cm^3. Determine la masa en kg y lbm de 5 galones de esa gasolina.

9. Calcule la altura en cm, m y pies que debe tener un recipiente cilíndrico de 20 pulgadas de diámetro para que pueda almacenar al menos 50 kg de etanol que tiene una densidad de 0,80 g/cm^3.

10. Determine el radio de un recipiente semiesférico que se diseña para contener 90 lbm de un aceite mineral que tiene una densidad de 0,9 g/cm^3.

1.4 Medición e incertidumbre

Toda medición está sujeta a limitaciones inherentes a la precisión del instrumento de medida y al sujeto que realiza la medición. Por ejemplo si Ud. solicita a sus compañeros de trabajo que midan la longitud de una mesa utilizando una primero una cinta métrica graduada en centímetros y luego utilizando otra graduada en milímetros con toda seguridad se van a presentar datos ligeramente diferentes. En el primer caso si la medición se realiza aproximando por exceso o por defecto a la unidad entera más cercana, se podrá afirmar que si la longitud reportada es de 90 cm, la medida puede estar comprendida entre 89 y 91 cm o lo que equivale a expresar la medida como 90 ±1 cm. En el segundo caso si se reporta un resultado de 90,3 significaría que para determinar el valor de la última cifra “3” también se debió aproximar por exceso o por defecto, en este caso se tendría completa certeza en la apreciación de las dos primeras cifras pero no el la última, la medida en este caso puede estar comprendida entre 90,2 y 90,4 y se puede expresar como 90,3 ±0,1 cm. Al grado de indefinición de una medida se le conoce como incertidumbre. En el primer caso la incertidumbre es de ±1 cm y en el segundo de ±0,1 cm.

La incertidumbre inherente al instrumento de medida se determina conociendo el grado de precisión del instrumento utilizado, el cual se define a partir de la unidad más pequeña de su calibración. Por ejemplo si se utiliza para medir el volumen de un líquido una pipeta graduada en décimas de mL la incertidumbre de la medida será de ±0,1 mL. Si se utiliza una balanza para medir la masa con una aproximación hasta del centigramo, la incertidumbre será de ±0,01 g. Por otra parte la incertidumbre o inexactitud de una serie de medidas de una misma magnitud constante, asociada a otros factores además de las limitaciones del instrumento de medida, se expresa como la diferencia entre el valor máximo y mínimo obtenidos. Es decir el rango en el que fluctúan los resultados reportados.

De ahora en adelante siempre que realice una medición debe asegurase de conocer y reportar la precisión del instrumento de medida para garantizar la confiabilidad de los resultados obtenidos en el desarrollo de un trabajo experimental, una investigación o una innovación tecnológica.

1.5 Cifras significativas

Toda cantidad, resultado de una medición, se expresa por un número que a su vez se conforma de cifras o dígitos (0, 1, 2, 3,……9) los cuales tienen un determinado significado ya sea que se usen en forma aislada o combinada. Teniendo en cuenta lo anterior podemos decir que ***las cifras significativas de un número son los todos los dígitos que son necesarios para expresar la precisión de una medida***. Se incluyen tanto las cifras que son ciertas como la cifra que es incierta o dudosa.

Para todo número que expresa el resultado de una medición, si no hay ninguna otra especificación al respecto, es válido considerar que la incertidumbre es de ±1 en el último dígito. Por lo tanto siempre la última cifra se considerará dudosa. Por ejemplo en el número 4,67 el 4 y el 6 son cifras ciertas mientras que el 7 es una cifra incierta, entonces en total este número tiene 3 cifras significativas. En el número 34,860, la cifra incierta es el 0, lo que significa que la medida está comprendida entre 34,859 y 34,861. Entonces, el número 34,860 tiene cinco cifras significativas. Pero si el número anterior se escribe como 34,86 significa que la cifra incierta es el 6 y por tanto el valor de la medida fluctúa entre 34,85 y 34,87; en este caso el número de cifras significativas es 4. Fíjese que aunque las cantidades numéricamente son iguales, tienen un significado diferente respecto a la precisión de las medidas.

Comúnmente utilizamos la expresión “cero a la izquierda” para denotar que algo o alguien no tiene ningún valor o ninguna importancia, esto nos ayudará a recordar que los ceros que aparecen a la izquierda de todo número no son cifras significativas, se utilizan para especificar la posición del punto que separa la parte entera y los decimales del número por ejemplo el número 0,0054 solo tiene dos cifras significativas; en el número 0,00005 solo hay una cifra significativa mientras que en el número 0,3003 hay cuatro cifras significativas.

Reglas para la utilización de cifras significativas

1. *En todos los datos y resultados obtenidos de mediciones deben aparecer las cifras necesarias para que haya solo una incierta. Se exceptúan los valores intermedios que son base de nuevos cálculos donde se permite colocar una cifra más además de la primera incierta.*

2. *Para aplicar la regla anterior los datos se aproximan teniendo en cuenta los siguientes criterios*

    a. *Cuando la cifra siguiente a la última a la cual se quiere realizar la aproximación es menor de 5, se eliminan todas las cifras superfluas sin realizar ninguna otra modificación. Por ejemplo si se quiere expresar con cuatro cifras significativas el número 35,864989 quedaría como 35,86.*
    b. *Cuando la cifra siguiente a la última que se quiere conservar en la aproximación es mayor de 5 se eliminan las cifras superfluas y a la última se le aumenta una unidad. Por ejemplo si se quiere aproximar con tres cifras significativas el número 67,8765 el resultado sería 67,9.*
    c. *Cuando la cifra siguiente a la última que se quiere conservar en la aproximación es igual a 5 y no hay ningún otro número o solo haya ceros entonces se elimina esta cifra y se redondea al número par más próximo. Por ejemplo, el número 89,45, expresado con 3 cifras significativas queda igual a 89,4 mientras que el número 67,75 se expresaría como 67,8.*
    d. *Cuando la cifra siguiente a la última que se quiere conservar en la aproximación es igual a 5 y existen otras cifras después del 5 diferentes de cero entonces se eliminan las cifras sobrantes y la última cifra se aumenta en una unidad. Por ejemplo, el número 89,457, expresado con 3 cifras significativas queda igual a 89,5 mientras que el número 67,756 se expresaría como 67,8.*

3. *La precisión de un resultado no tiene porque aumentar o disminuir como resultado de las operaciones aritméticas con los números obtenidos a partir de mediciones directas. Así en sumas o restas, los datos y el resultado se ajustan al dato que tenga el menor número de cifras decimales. Por ejemplo:*

$$\begin{array}{r} 34{,}86 \\ 4{,}528 \\ \underline{0{,}2981} \\ \Sigma = ? \end{array} \quad \text{se redondean a} \quad \begin{array}{r} 34{,}86 \\ 4{,}53 \\ \underline{0{,}30} \\ 39{,}69 \end{array}$$

4. *En la multiplicación y en la división se redondean cada término y el resultado al número de cifras significativas necesarias para aproximarse a la precisión del dato que tenga la precisión relativa más baja. Por ejemplo, para realizar la multiplicación 4,032 x*

0,057 x 8,31 primero determinamos las incertidumbres relativas de cada término, las cuales se expresan en la siguiente forma (1/4032), (1/57), (1/831) si se asume que la incertidumbre de la última cifra es de una unidad. Se puede observar que el dato con la incertidumbre más alta es el segundo y por lo tanto será el de la precisión más baja. Entonces el primer dato se debe aproximar a 4,03, el segundo queda igual y el tercero a 8,3. Observe que el primer dato no podría redondearse a 4,0 ya que en este caso la incertidumbre sería igual a (1/40) lo que implicaría una precisión más baja que el menos preciso de los datos y como ya se indicó la precisión no debe disminuir como consecuencia de los cálculos matemáticos. Teniendo en cuenta estas consideraciones la multiplicación quedaría expresada en la siguiente forma: 4,03 x 0,057 x 8,3 y su resultado sería igual a 1,91. El resultado de esta operación efectuada en una calculadora es de 1,906593. No se puede aproximar a 1,9 porque quedaría con una precisión por debajo de la del menos preciso de los datos (incertidumbre 1/40); ni tampoco a 1,907 ya que en este caso el resultado tendría una precisión mucho más alta que por lo menos dos de los datos (incertidumbre 1/1907).

Es conveniente que siempre tenga presente que en la suma y en la resta el criterio de redondeo se fundamenta en el término que tenga la precisión absoluta más pequeña mientras que en la multiplicación y en la división en el término con la más baja precisión relativa.

> *De ahora en adelante, durante sus estudios universitarios y en el ejercicio profesional siempre que realice operaciones con números provenientes de mediciones debe tener en cuenta las reglas sobre el manejo de las cifras significativas.*

1.6 Errores

Otros factores que producen discrepancias entre los resultados experimentales son los errores debidos a diversas causas como descuido al realizar las mediciones, calibración deficiente de los instrumentos de medida, factores externos como cambio en las condiciones climáticas, temperatura, presión atmosférica, humedad relativa del ambiente, vientos, etc. Cuando se conocen las causas de los errores se denominan ***errores determinados*** y afectan los resultados en un solo sentido, por ejemplo un manómetro puede estar registrando una presión superior a la del valor verdadero; entonces, todos los datos obtenidos con ese instrumento presentarán un error por exceso en el valor de la medida. Cuando no se conocen las causas de los errores se les denomina ***errores indeterminados***, aparecen en forma fortuita y afectan los resultado o bien por exceso o por defecto. Los errores determinados se pueden prevenir o corregir actuado sobre las causas que los generan en cambio los errores indeterminados siempre se encontrarán presentes en toda determinación experimental. Para aumentar la confiabilidad de los resultados se acostumbra realizar varias veces las mediciones o determinaciones cuantitativas bajo las mismas condiciones y promediar los resultados.

El error de una medición o de una determinación experimental generalmente se expresa como error absoluto y error relativo, los cuales los definimos a continuación.

1.6.1 Error Absoluto

El error absoluto es la diferencia en valor absoluto entre el valor leído y el valor aceptado como verdadero. Otra forma de interpretar el error absoluto es la siguiente: valor absoluto de la diferencia entre el valor experimental y el valor teórico.

$$e_{absoluto} = \left| V_{experimental} - V_{teórico} \right|$$

1.6.2 Error Relativo

El error relativo es la razón entre el error absoluto y el valor aceptado como verdadero o teórico.

$$e_{relativo} = \frac{e_{absoluto}}{V_{teórico}} = \frac{\left| V_{experimental} - V_{téórico} \right|}{V_{teórico}}$$

El error relativo con frecuencia se expresa como un porcentaje de error, multiplicándolo por cien:

$$\% \ error = 100 e_{relativo}$$

Ejemplo 1-6

La longitud de un tornillo es de 2,70 cm. Un grupo de estudiantes realizó 5 mediciones de la longitud del tornillo luego de lo cual se reportaron los siguientes resultados: 2,72; 2,68; 2,71, 2,69 y 2,73. Determine la incertidumbre de estas medidas, los errores absolutos y relativos de cada medida.

Incertidumbre = valor máximo – valor mínimo = 2,73 – 2,68 = 0,05 cm

Errores absolutos de cada medida

$$e_1 = |2,72 - 2,70| = 0,02 \qquad e_2 = |2,68 - 2,70| = 0,02 \qquad e_3 = |2,71 - 2,70| = 0,01$$

$$e_4 = |2,69 - 2,70| = 0,01 \qquad e_5 = |2,73 - 2,70| = 0,03$$

Errores relativos de cada medida

$$e_{r1} = \frac{0,02}{2,70} = 0,0074 \quad \Rightarrow 0,74\% \qquad e_{r2} = \frac{0,02}{2,70} = 0,0074 \quad \Rightarrow 0,74\%$$

$$e_{r3} = \frac{0,01}{2,70} = 0,0037 \quad \Rightarrow 0,37\% \qquad e_{r4} = \frac{0,01}{2,70} = 0,0037 \quad \Rightarrow 0,37\%$$

$$e_{r5} = \frac{0,03}{2,70} = 0,011 \quad \Rightarrow 1,1\%$$

1.7 Notación científica

En la física se manejan cantidades extremadamente grandes, como las distancias interestelares, o cantidades muy pequeñas como los radios atómicos. Para expresar correctamente y con la precisión pertinente se utiliza una forma representación característica conocida como ***notación científica***, consistente en un número con las cifras significativas correspondientes, según sea el grado de precisión que se esté manejando, y una potencia de 10 que indica la posición del punto decimal. Por ejemplo el número, 0,0000085 es más apropiado escribirlo como $8{,}5 \times 10^{-6}$. Esta expresión indica claramente que hay dos cifras significativas el 8 y el 5, la potencia negativa de 10 indica que el número se debe dividir entre un millón, o lo que es equivalente a correr la coma seis posiciones al izquierda a partir del número 8. Por otro lado el número 26.400.000.000 se puede expresar mejor como $2{,}64 \times 10^{10}$, de esta forma significa que tiene tres cifras significativas.

En muchos casos el empleo de la notación científica es obligatorio si se quiere indicar la precisión de una determinada cantidad. Por ejemplo la distancia promedio de la tierra al sol es de149,6 millones de kilómetros, sería incorrecto escribir como, 149.600.000 kilómetros, lo cual significaría que esta distancia se conoce con la aproximación al kilómetro, si la precisión con la cual se la conoce es de 4 cifras significativas, entonces el dato se debe escribir como: $1{,}496 \times 10^{8}$ Km.

Ejemplo 1-7
Exprese mediante notación científica, con tres cifras significativas las siguientes cantidades a) 0,00001389 b) 23.567.000 c) 6.666.666 d) 0,00009999 Solución: En primer lugar se debe considerar que las aproximaciones para expresar el número con tres cifras significativas se deben realizar teniendo en cuenta las reglas de redondeo. Luego escribir la primera parte de la notación científica que corresponde a un número que a su vez está formado por una cifra entera y las cifras decimales necesarias para completar las correspondientes cifras significativas. Finalmente se escribe la potencia de 10 teniendo en cuenta los lugares que se corre la coma o punto decimal. Si la como se corre hacia la izquierda la potencia es negativa y si se corre hacia la derecha es positiva. a) $1{,}39 \times 10^{-5}$ b) $2{,}36 \times 10^{7}$ c) $6{,}67 \times 10^{6}$ d) $1{,}00 \times 10^{-4}$

TALLER No 2 INCERTIDUMBRE Y CIFRAS SIGNIFICATIVAS

OBJETIVOS

- ✓ Establecer el concepto de incertidumbre en las mediciones y en instrumentos de medida
- ✓ Adquirir habilidad en el manejo de cifras significativas
- ✓ Determinar el error absoluto y el error relativo en una serie de medidas
- ✓ Utilizar la notación científica como una forma de indicar el número correcto de cifras significativas.

METODOLOGÍA

Desarrollo individual de los ejercicios propuestos y discusión grupal sobre los resultados obtenidos.

1) Utilizando una cinta métrica realice 5 mediciones de la altura de una persona y exprese el resultado en centímetros y en milímetros. Calcule la incertidumbre de las medidas y la incertidumbre del instrumento de medida. ¿Qué tan confiable es la medida?

2) En un experimento se midió 10 veces el tiempo de caída libre de un objeto con un reloj capaz de apreciar hasta una décima de segundo. Los resultados obtenidos fueron los siguientes: 1,1 0,9 1,2 1,3 1,0 1,2 1,1 1,0 1,1 1,0. Determinar:
   a) La incertidumbre absoluta
   b) La incertidumbre relativa
   c) El valor promedio de la medida
   d) La expresión de la medida con su correspondiente incertidumbre

3) ¿Cuál de las siguientes medidas será más precisa la longitud de un tornillo (25,4 ±0,1) mm o la distancia entre dos ciudades (454 ±1) km? Justifique su respuesta.

4) Cuantas cifras significativas tienen los siguientes números
   a) 23,20
   b) 7,0081
   c) 0,2000
   d) 0,0008

5) Exprese con tres cifras significativas las siguientes cantidades
   a) 24'256.328
   b) 4.529,5
   c) 0,20050
   d) 80,0998

6) Exprese con el número de cifras significativas correcto el resultado de las siguientes operaciones

   a) 3,45 + 1,285 + 3,09 + 50,2
   b) 20,6 - 3,20 - 0,258
   c) 35,45 x 0,25 x 50,67
   d) 120,35 x 216,84 ÷ 82,1

7) En una balanza en la cual se pude medir hasta la centésima de gramo, un estudiante midió la masa de un objeto en cinco oportunidades obteniéndose los siguientes resultados: 10,25 10,24 10,26 10,22 10,21 gramos. Si la masa real del objeto es 10,24 gramos ¿cuál será el error absoluto y el error relativo de cada medición y del promedio de las mediciones?

8) Utilizando las reglas de manejo de cifras significativas realice las siguientes operaciones
   a) $(6{,}02 \times 10^{23})(1{,}5 \times 10^{-15})$
   b) $(3{,}85 \times 10^{-5})/(5{,}24 \times 10^{-6})$
   c) $(3{,}451 \times 10^{4}) + (2{,}56 \times 10^{5})$
   d) $(5{,}98 \times 10^{-3}) - (3{,}62 \times 10^{-4})$

9) Utilice la notación científica para expresar los siguientes números con tres cifras significativas
   a) 165.000.000.000.000.000.000
   b) 8.000.000.000.000.000
   c) 0,0065250000
   d) 0,.0000000000000301

10) Si Ud. realiza las operaciones indicadas en una calculadora de 8 dígitos obtendrá los siguientes resultados. Exprese en forma correcta cada uno de ellos utilizando el número apropiado de cifras significativas
   a) 20,0 ÷ 3,0
   b) 100 ÷ 7,25
   c) 0,85 ÷ 15,7
   d) 70 ÷ 40

AUTOEVALUACIÓN No 1

A continuación Ud encuentra 10 preguntas de selección múltiple con única respuesta sobre evaluación de competencias cognitivas de comprensión y aplicación de conocimientos, las cuales se deben responder en un tiempo no mayor a 10 minutos.

De tal manera que busque papel y lápiz y una vez que se encuentre listo empiece a responder ***controlando el tiempo estipulado y sin ninguna otra clase de ayuda que sus propios conocimientos***. Al final del módulo encontrará la información de retorno. Si los resultados no son satisfactorios vuelva a estudiar la temática correspondiente. **No avance si los resultados no son satisfactorios**

1) La unidad para el volumen en el SI es

   a) centímetro cúbico
   b) metro cúbico
   c) pie cúbico
   d) galón

2) El nombre del submúltiplo que corresponde a 1/1.000.000 es

   a) nano
   b) mili
   c) pico
   d) micro

3) Entre las siguientes distancias, el dato más grade es

   a) 0,0050 Km
   b) 6,00 m
   c) 450 cm
   d) 2.500 mm

4) La rapidez en m/s de un auto que viaja a 72 km/h es

   a) 10
   b) 15
   c) 20
   d) 40

5) La densidad del agua a 4 ºC es de 1,00 g/cm^3. Este dato en kg/m^3 equivale a

   a) 10
   b) 100
   c) 1000
   d) 10000

6) Las cifras significativas en 20,400 son
   a) 2
   b) 3
   c) 4
   d) 5

7) El resultado de dividir 25,8 entre 70, expresado con la cifras correctas, es
   a) 3,6857
   b) 3,686
   c) 3,69
   d) 3,7

8) Si un cronómetro registra el tiempo hasta la centésima de segundo se puede afirmar que la incertidumbre de este instrumento de medida es
   a) ±0,01 s
   b) ±0,1 s
   c) ±1 ms
   d) ±1 μs

9) El porcentaje de error relativo que se introduce al utilizar el valor de la constante gravitacional de 10 m/s^2 en vez de 9,8 m/s^2 es
   a) 0,2
   b) 0,4
   c) 1
   d) 2

10) El área en m^2 de una mesa rectangular que tiene 152 cm de largo y 70 cm de ancho es
   a) 10.640
   b) 1.064
   c) 10,64
   d) 1,0

CAPÍTULO 2 ESCALARES Y VECTORES

Logros

Luego de realizar las actividades de aprendizaje sugeridas en este capítulo se pretende que Ud.

- ✓ Diferencie un escalar de un vector.
- ✓ Identifique las características de un vector
- ✓ Realice operaciones de suma y resta de vectores coplanares
- ✓ Determine las componentes o proyecciones de un vector
- ✓ Represente un vector mediante vectores unitarios

Indicadores de logro

- ✓ Dada una serie de magnitudes físicas, diferencia entre las escalares y las vectoriales.
- ✓ Representa vectores en un plano cartesiano
- ✓ Resuelve problemas mediante operaciones con vectores.

2.1 INTRODUCCIÓN

En física existen dos tipos de magnitudes, unas que se describen completamente indicando solo un número y la unidad correspondiente como por ejemplo la masa de un objeto, el volumen ocupado por un cuerpo o el tiempo gastado durante un determinado evento; mientras que otras, además del número o de la cantidad requieren que se especifique la dirección que llevan o el punto inicial y el punto final de su acción para describir completamente la magnitud. Las primeras se denominan ***escalares*** mientras la segundas se les llama ***vectoriales***.

Es muy importante poder distinguir entre una magnitud escalar y una vectorial. Por ejemplo, ¿Qué tipo de magnitud será el desplazamiento o cambio de posición de un objeto? Para responder a esta pregunta se debe analizar si con la sola cantidad, digamos 20 metros, se define la posición del objeto. Claramente vemos que NO. Si únicamente decimos que un objeto se desplazó 20 m la información es incompleta ya que este movimiento pudo darse a la izquierda, a la derecha, arriba o abajo o en cualquier otra dirección. En este caso con el sólo número es imposible determinar la nueva posición del objeto. Se necesita indicar la dirección del desplazamiento o la posición final del objeto. Ejemplos de algunas de las magnitudes vectoriales son el desplazamiento, la velocidad, la aceleración, la fuerza para las cuales siempre será necesario especificar su dirección. Como ejemplo de magnitudes escalares podemos mencionar la distancia entre dos puntos, el tiempo, la masa, el volumen, la densidad, la energía, la temperatura.

2.2 Vectores

Las magnitudes vectoriales se representan por segmentos de rectas en forma de flechas llamados ***vectores***. La longitud de la línea dibujada a escala representa el valor de la magnitud y su dirección está determinada por la que lleva la flecha. Consideremos un ejemplo: si una persona camina 50 m en la dirección noreste desde un punto A hasta un punto B, el desplazamiento realizado se puede representar por medio de una flecha tal como se ilustra en la figura 2-1. La flecha representa el vector desplazamiento que generalmente se escribe con una letra mayúscula y en negrillas como por ejemplo **D**, o también mediante una pequeña flecha que se coloca encima de la letra que lo identifica tal como $\vec{d}$ o $\vec{D}$.

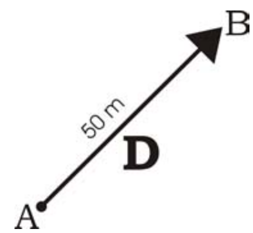


Figura 2-1 Vector desplazamiento **D**

Resumiendo, todo vector se caracteriza por una cantidad numérica o magnitud, en este caso 50 metros; una dirección, hacia el noroeste, un punto de inicio o punto de aplicación (A) y un punto de llegada (B). La dirección del vector se también se especifica indicando el ángulo que forma con la horizontal, en este caso 45º.

De acuerdo con la orientación espacial los vectores pueden ser colineales, si tienen la misma dirección, coplanares si comparten el mismo plano o espaciales si se encuentran en planos diferentes y se requiere de tres dimensiones para su descripción.

2.3 Propiedades de los vectores

Igualdad de vectores. Dos vectores son iguales si tienen la misma magnitud y la misma dirección sin importar el punto de aplicación, por ejemplo todos los vectores que se observan en la figura 2-2 son iguales. Esta propiedad permite desplazar un vector en forma paralela sin que por ello cambie en magnitud y dirección.

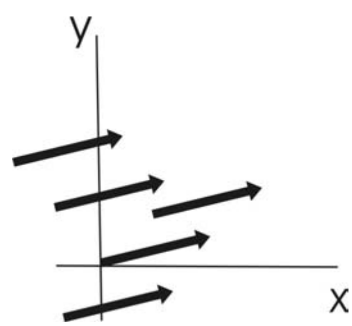


Figura 2-2 Todos los vectores son iguales

Adición de vectores. Dos o más vectores se pueden sumar siempre y cuando tengan las mismas unidades. La adición de vectores es conmutativa esto significa que no importa el orden en el cual se realiza la suma el resultado siempre será el mismo; es decir que

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$$

La suma de vectores también cumple con la propiedad asociativa, esto es que si se tienen tres vectores **A**, **B** y **C** se cumple que

$$\mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C}$$

Negativo de un vector. Se considera como el negativo de un vector a aquel que tiene la misma magnitud pero la flecha apunta en dirección contraria de tal manera que al sumarlos el resultado es cero. La figura 2-3 ilustra esta situación.

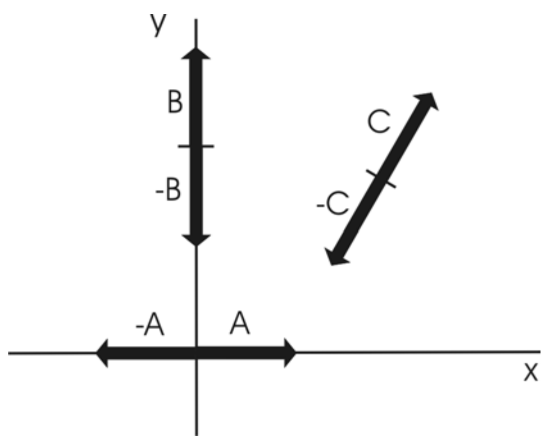


Figura 2-3 Vectores **A**, **B** y **C** y sus negativos

Multiplicación de un vector por un escalar. El resultado de multiplicar un vector por un escalar es un nuevo vector cuya magnitud se amplía el número de veces del escalar y conserva la misma dirección del vector original.

2.4 Suma de vectores

Vamos a comenzar analizando la situación más sencilla como es la que se presenta cuando los vectores tienen una sola dimensión, es decir tienen la misma dirección. Por ejemplo, consideremos el desplazamiento que realiza el animalito que se muestra en la figura 2-4, en primer lugar avanza hacia la derecha y en línea recta 20 m, se detiene, luego avanza en la misma dirección 30 m. ¿Cual será la posición final con respecto al punto de partida? Este caso es muy sencillo, la posición final está determinada por la flecha que une el punto inicial y el punto final, flecha que se denomina vector ***resultante*** y corresponde a la suma de los dos vectores de desplazamiento.

Si representamos con la letra **R** al vector resultante y con las letras **A** y **B**, a los vectores correspondientes a cada uno de los desplazamientos, la representación gráfica del vector resultante corresponde a la flecha que une el punto inicial del vector **A** con la punta o punto final del vector **B** La magnitud de R será igual a la suma de las magnitudes de A y B es decir R = 20 m + 30 m = 50 metros.

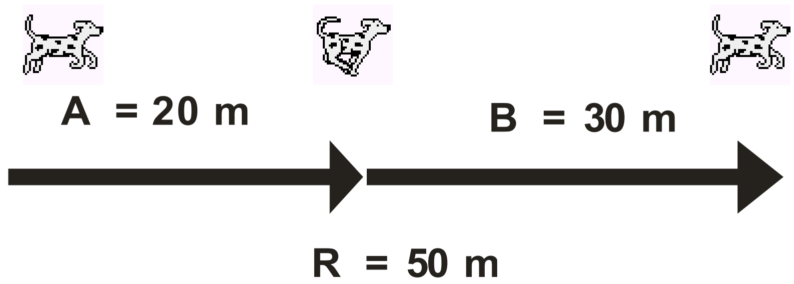


Figura 2-4 Suma de dos vectores en una dimensión

Si el animalito una vez que avanza los primeros 20 metros hacia la derecha se detiene y con sentido opuesto recorre 30 m, la situación final es completamente diferente. Ahora el punto final del recorrido se encuentra a la izquierda del punto inicial. ¿Cuál será ahora el vector resultante? Siempre que se presente una serie de desplazamientos de un cuerpo, el desplazamiento resultante estará determinado por la flecha que une el punto inicial del primer vector con el punto final del segundo vector. Tal como se muestra en la Figura 2-5 En este caso como el segundo vector es mayor y de sentido opuesto al primero tendrá signo contrario de tal manera que:

$$R = 20\ m + (-30\ m) = -10\ m$$

El signo negativo indica que el punto final se encuentra 10 metros a la izquierda del punto inicial.

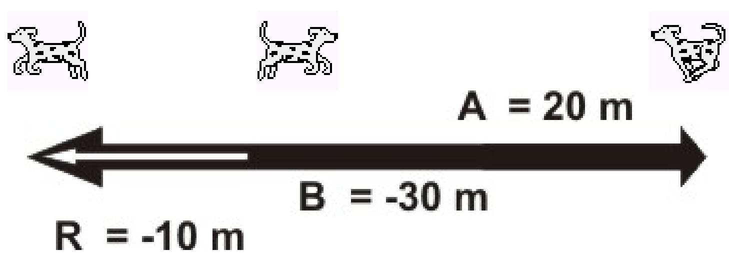


Figura 2-5 Suma de vectores en una dimensión

Ahora, vamos a estudiar la suma de dos vectores en un plano, para ello consideremos que nuestro animalito avanza inicialmente 40 m hacia la derecha siguiendo la dirección horizontal luego gira 90º hacia la izquierda y avanza 30 m, tal como se ilustra con la figura 2-6.

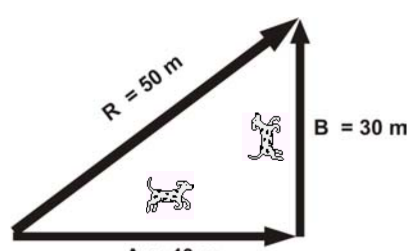
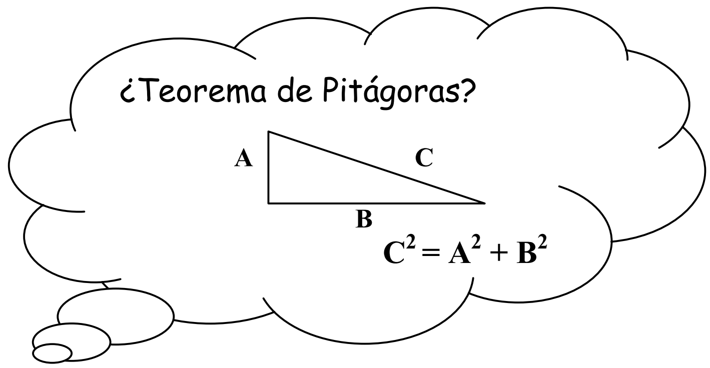


Figura 2-6 Vectores de desplazamiento **A** y **B**

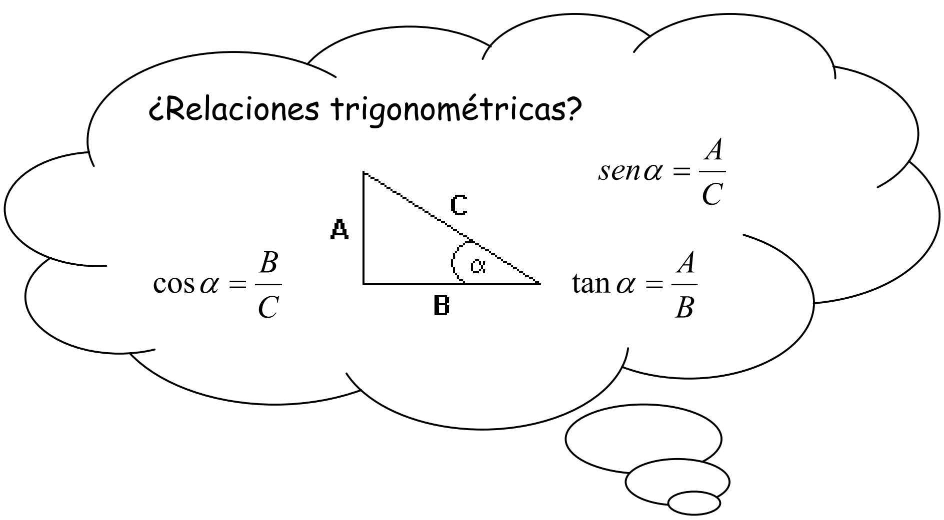
Nuevamente nos preguntamos ¿cuál será la posición final?. La respuesta la obtenemos al graficar los vectores correspondientes a cada uno de los desplazamientos uno enseguida del otro, el vector resultante que equivale la suma de los dos anteriores y se representa por la flecha que une el punto inicial del primer vector con la punta del segundo vector. Si la gráfica se realiza a escala, la magnitud del vector se determina directamente, midiendo el segmento de recta que representa al vector resultante. La dirección del vector se obtiene midiendo con un transportador el ángulo que forma este vector con la horizontal en sentido contrario al giro de las manecillas del reloj. Este método gráfico de suma de vectores se conoce como ***método del triángulo.***

Analíticamente también se pude hallar la magnitud y dirección del vector resultante. Para determinar la magnitud se utiliza el teorema de Pitágoras, que para este caso tiene el siguiente resultado $R = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50$.



Analíticamente la dirección se establece a partir de las relaciones trigonométricas, por ejemplo para este caso, determinando la tangente del ángulo que forma el vector resultante con la horizontal

$$\tan\alpha = \frac{|B|}{|A|} = \frac{30}{40} = 0{,}75 \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(0{,}75) = 36{,}9^{\circ}$$



Siempre que dos vectores **A** y **B** formen un ángulo recto la magnitud del vector resultante se determina mediante $R = \sqrt{A^2 + B^2}$ y para establecer la dirección se acude las relaciones trigonométricas.

Ejemplo 2-1

¿Cuál es el desplazamiento total de un caminante si primero recorre 6 km hacia el norte y luego 8 km hacia el este?

Solución. Trace a escala las flechas que representan cada uno de los vectores, el vector resultante corresponde a la flecha que resulta de unir el punto inicial del primer vector con el punto final del segundo vector, su magnitud se determina midiendo con la misma escala la longitud de esta flecha. Tal como se muestra en la figura 2-7
Analíticamente la magnitud de la resultante se determina utilizando el teorema de Pitágoras,

$R = \sqrt{(6\ \ km)^2 + (8\ \ km)^2} = 10\ \ km$ La dirección se calcula mediante la tangente del ángulo que forma la resultante con la horizontal, así:

$$\tan\alpha = \frac{|B|}{|A|} = \frac{8}{6} = 1{,}33 \quad \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(1{,}33) = 53{,}1°$$

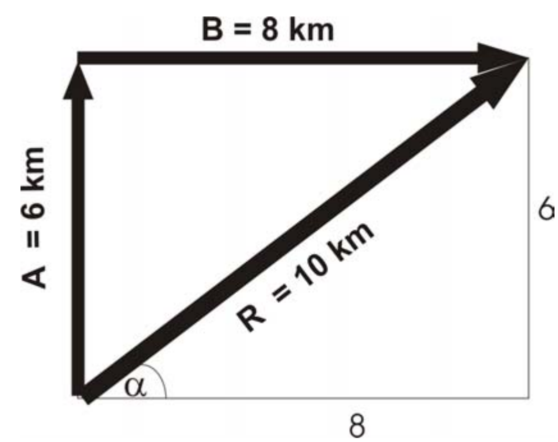


Figura 2-7 Suma de vectores coplanares

Otra forma muy frecuente para definir un vector es indicando entre paréntesis la magnitud y el ángulo que forma con la horizontal, así por ejemplo, el vector resultante del caso anterior se representa como **R**(10 km, 53,1º), esta forma particular de representación recibe el nombre de ***coordenadas polares***.

Ejemplo 2-2

Queremos a determinar la resultante de la suma de los vectores **P**(50 m, 45º) y **Q**(50 m 135º).

Para ello debemos trazar utilizando un transportador y una regla graduada los vectores P y Q de tal manera que el punto inicial del segundo coincida con el punto final del primero, luego se traza la flecha del vector resultante uniendo el punto inicial del primero con el punto final del segundo tal como se indica en la figura 2-8. La magnitud de la resultante se determina midiendo con la misma escala la longitud de la flecha. La dirección se determina midiendo con el transportador el ángulo formado por la flecha resultante y la horizontal, en este caso 90º

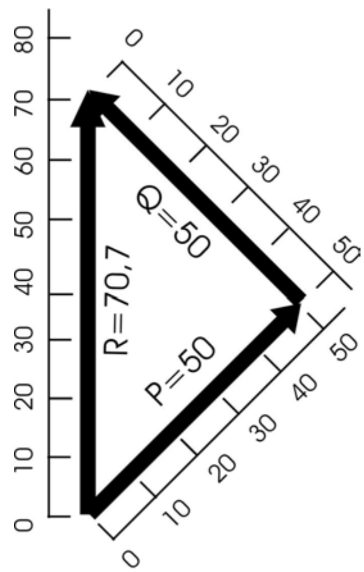


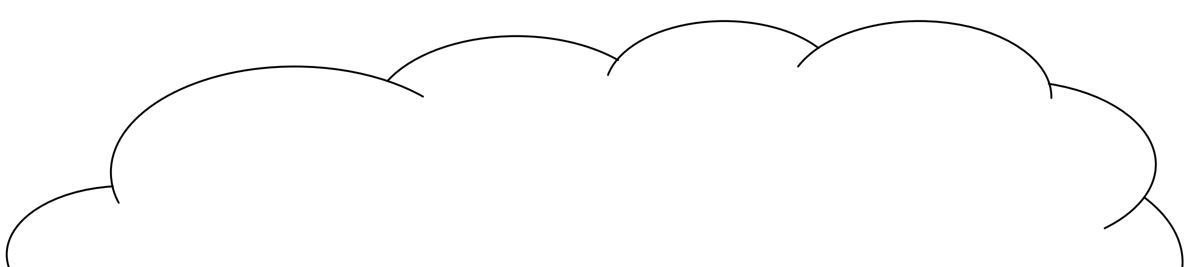
Figura 2-8 El vector **R** representa la suma de **P** y **Q** .

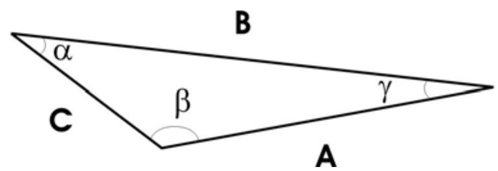
Otra forma de solucionar el problema consiste en considerar la condición de que los dos vectores forman un ángulo recto y por lo tanto su magnitud, se calcula utilizando el teorema de Pitágoras, así:

$$R = \sqrt{(50\ \ m)^2 + (50\ \ m)^2} = 70{,}7\ \ m.$$

Por otra parte, como también, los dos vectores y la resultante forman un triángulo rectángulo isósceles, el ángulo que forma el vector resultante con el inicial es de 45º, de tal manera que sumados a los 45º del vector inicial se obtienen los 90º que forma con la horizontal.

Cuando los ángulos que forman entre sí los vectores que se quieren sumar no son rectos la determinación de la magnitud y la dirección se realiza mediante la aplicación de la ley del coseno y del seno respectivamente





Ley de los cosenos

$$C^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\gamma$$

$$B^2 = A^2 + C^2 - 2AC\cos\beta$$

$$A^2 = B^2 + C^2 - 2BC\cos\alpha$$

Ley de los senos

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha}{A} = \frac{\operatorname{sen}\beta}{B} = \frac{\operatorname{sen}\gamma}{C}$$

Ejemplo 2-3

Para mover una caja se realizan dos fuerzas cada una de 80 N respectivamente en la dirección mostrada por la figura. Determine analíticamente la fuerza resultante.

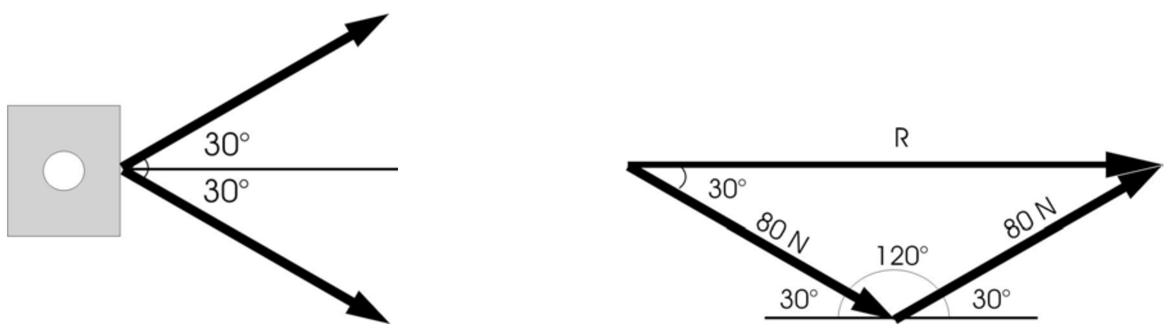


Figura 2-9 Fuerzas sobre una caja y su resultante

Si se conocen las direcciones de los dos vectores, por geometría siempre se conocerá el ángulo que forman los vectores cuando se colocan uno a continuación del otro. Como en este caso también se conocen las magnitudes de los vectores, la resultante se obtiene mediante la ley de los cosenos

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - AB\cos\gamma} = \sqrt{(80\ \ N)^2 + (80\ \ N)^2 - 2(80\ \ N)(80\ \ N)\cos 120°} = 138{,}6\ \ N$$

Compruebe este resultado utilizando el método gráfico con una escala apropiada.

Otro método para realizar la suma de vectores coplanares, conocido como método del ***paralelogramo***, consiste en ubicar los vectores que se quieren sumar en un mismo punto inicial y trazar por las puntas de cada uno de ellos rectas paralelas a cada uno de los vectores como se ilustra en la figura 2-10. La longitud de la flecha sobre la diagonal que une el punto inicial con la intersección de las paralelas corresponde a la magnitud del vector resultante y la dirección corresponde al ángulo que forma con la horizontal.

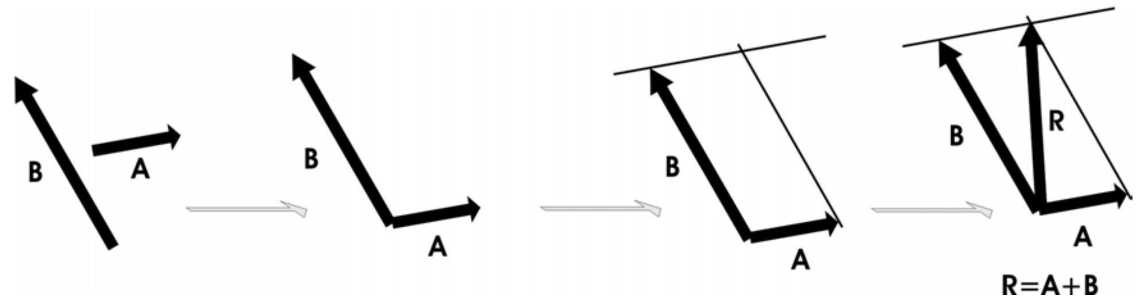


Figura 2-10 Regla del paralelogramo para suma de vectores

Sugerencia: realice los ejercicios anteriores utilizando la regla del paralelogramo.

Ejemplo 2-4

Sumar los siguientes vectores P(100, 20º) Q(60, 90º) S(80, 120º)

Este ejercicio tiene carácter general y se puede aplicar a cualquier situación donde la solución de un problema implique la suma de tres o más vectores coplanares.
Explicación: Con el transportador, ubique la dirección de 20º, trace una línea recta y mida utilizando una escala adecuada, una longitud de 100 unidades. A continuación de este punto trace una línea recta vertical (90º) y mida sesenta unidades de longitud. Enseguida ubique la dirección de 120º con respecto a la horizontal, trace nuevamente una línea recta y mida una longitud de 80 unidades. Ahora trace la flecha que corresponde al vector resultante uniendo el punto inicial del primer vector con el punto final del último vector, mida su longitud y el ángulo que forma con la horizontal.

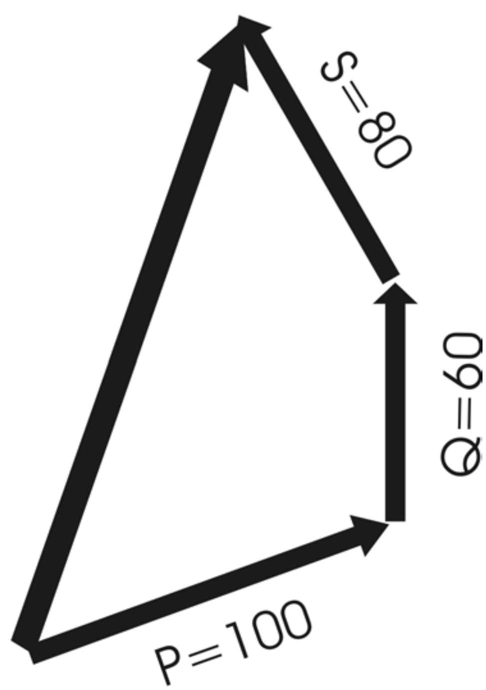


Figura 2-11 Suma de tres vectores por método gráfico del triángulo

2.5 Resta de vectores

La resta de dos vectores (**A** y **B**) se realiza cambiando la orientación del vector que se quiere restar y realizando la correspondiente suma lo cual equivale a sumar uno de los vectores con el negativo del vector que se resta tal como se ilustra en la figura 2-12.

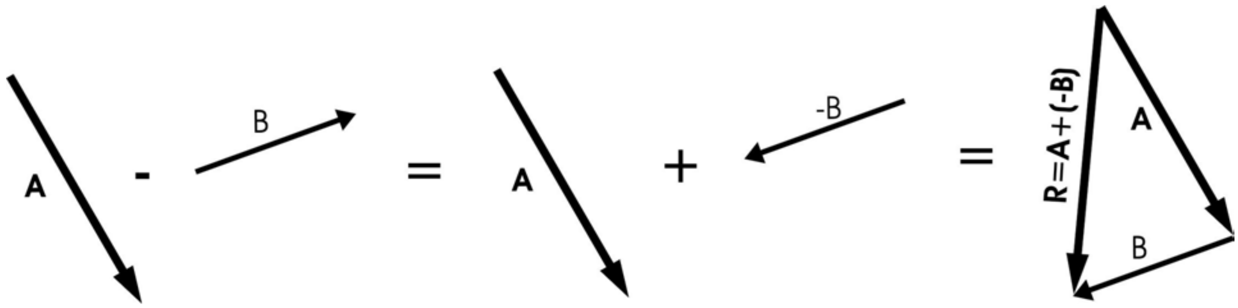


Figura 2-12 Resta de vectores

Toda resta entonces se puede expresar como una suma algebraica **A** - **B** = **A** + (-**B**)

Ejemplo 2-5

Si **P**(160, 140º) y **Q**(80, 60º). Determinar gráfica y analíticamente la magnitud y dirección del vector resultante de la operación **P – Q.**

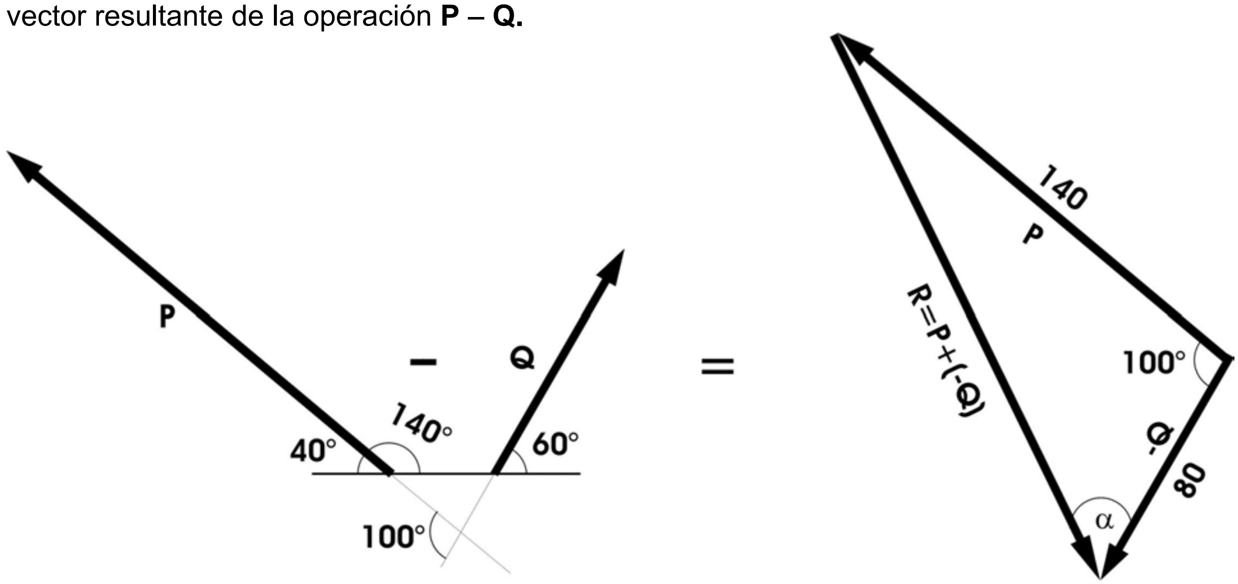


Figura 2-13 Ejemplo de resta de vectores

Según ley de cosenos $R = \sqrt{(160\ )^2 + (80\ )^2 - 2(160\ )(80\ )\cos 100°} = 190{,}9$

Según ley de senos $\dfrac{sen\alpha}{160} = \dfrac{sen100º}{190{,}9} \Rightarrow sen\alpha = 0{,}8254 \Rightarrow \alpha = sen^{-1}(0{,}8517) = 55{,}6º$

Por geometría el ángulo que el vector resultante forma con la horizontal en el sentido contrario al giro de las manecilla del reloj, correspondiente a su dirección queda determinado en la siguiente forma $360º - (180º - (60º + 55{,}6º)) = 295{,}6º$

TALLER No 3. REPRESENTACIÓN Y SUMA DE VECTORES

OBJETIVOS

- ✓ Familiarizar al estudiante con la representación de vectores.
- ✓ Adquirir habilidad en el manejo de los diferentes métodos para la suma y resta de vectores.
- ✓ Aplicar los conocimientos sobre las operaciones con vectores para solucionar problemas.
- ✓ Desarrollar habilidades de comprensión y construcción de conceptos.

METODOLOGÍA

Desarrollo individual o grupal de los ejercicios propuestos y socialización en sesión de tutoría.

1) Construya una tabla donde se puedan apreciar 5 magnitudes escalares y 5 cantidades vectoriales.

2) Proponga 5 situaciones de la vida cotidiana donde se muestre la aplicación de la suma de vectores coplanares, socialice con sus compañeros su propuesta.

3) Dados los vectores **A**, **B** y **C,** los cuales se indican en la figura 2-14, utilizando el método del triángulo, del paralelogramo y el analítico, realice las siguientes operaciones:

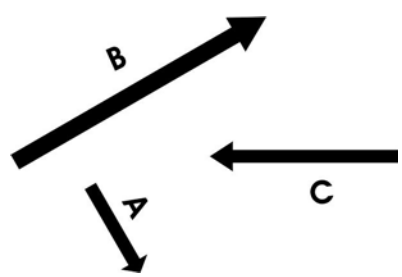


Figura 2-14 Vectores

a) **A** + **B** b) **B** – **A**
c) **A** + **C** d) **B** + **C**

e) **A** + **B** + **C** f) **A** + **C** – **B**

g) **A** – **B** – **C** h) **B** - **C** – **A**

Sugerencia: utilice una regla graduada en mm y un transportador para determinar la magnitud y dirección de cada uno de los vectores

4) Dados los ventores **P**(45, 30º) y **Q**(90, 270º) utilice los métodos gráficos y el analítico para encontrar el vector resultante de las siguientes operaciones: a) **P** + **Q** b) **P** – **Q** c) **Q** – **P**

5) Una lancha que atraviesa un río lleva una velocidad de 10 m/s en dirección perpendicular a la del flujo, si a su vez el el río la desvía aguas abajo a razón de 5 m/s determine la dirección y la magnitud de la velocidad resultante.

6) El vector J(100, 45º) se suma con un vector K cuya magnitud es 150. Determine las direcciones del vector K para las cuales el vector resultante tiene el valor más alto y el valor más bajo.

7) Para levantar un objeto del piso se aplican dos fuerzas, cada una de ellas de 200 N y formando un ángulo de 15º con la vertical. Determine gráfica y analíticamente el valor de la resultante.

8) Un paracaidista se lanza de un aeroplano que viaja a 200 m/s. Determine la magnitud y dirección del vector velocidad cuando el paracaidista alcanza una velocidad de descenso de 100 m/s.

9) Un avión vuela hacia el norte a razón de 850 km/h. Si durante toda la travesía encuentra vientos transversales de 90 k/h en dirección oeste, determine la resultante y la dirección del vector de velocidad. ¿Cuál será la distancia recorrida durante 50 minutos?

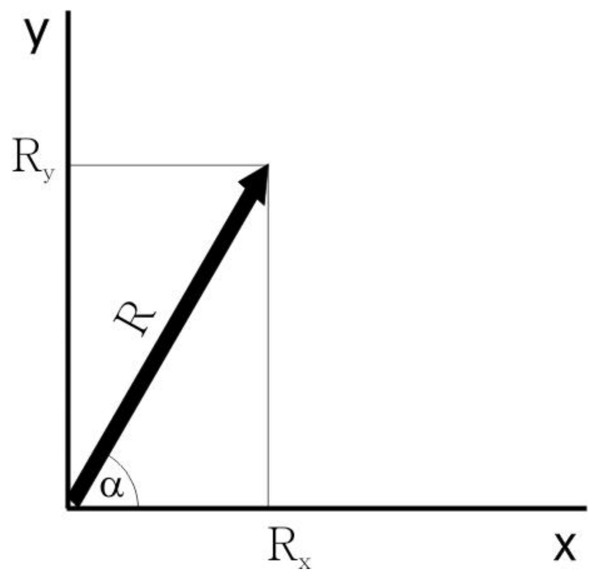
10) Una partícula realiza 4 desplazamientos partiendo del vértice de un hexágono de 60 cm de lado y siguiendo la dirección de sus lados. Determine la magnitud y la dirección del desplazamiento si el hexágono tiene lados horizontales y el movimiento comienza en el vértice inferior izquierdo.

Le recomendamos no avanzar sin antes haber realizado la totalidad de los ejercicios propuestos en este taller. Es conveniente que compare sus resultados con los de sus compañeros. Si se presentan dificultades consulte con su tutor o si lo prefiere plantee sus inquietudes en los correos electrónicos de la Facultad de Ciencias Básicas e Ingeniería habilitados con este fin.

2.6 Representación de vectores en el plano cartesiano

De sus estudios de secundaria, Ud debe recordar que un plano cartesiano se construye con dos rectas que tienen una determinada orientación y son perpendiculares entre si. Las rectas se conocen respectivamente como ejes de abscisas (x) y de ordenadas (y). La intersección de estas rectas determina el punto de origen del sistema cartesiano.

Teniendo en cuenta lo anterior y conociendo que todo vector se caracteriza por su magnitud y el ángulo que forma con la horizontal, entonces si, el punto inicial del vector coincide con el punto de origen de un plano cartesiano (0,0), la punta del vector determina las coordenadas (R_x, R_y) denominadas componentes rectangulares del vector, tal como lo puede observar en la figura 2-15. El valor de las coordenadas corresponde a las proyecciones de **R** sobre los ejes x, e y; sus valores se leen directamente sobre los ejes de acuerdo con la escala usada. Analíticamente los valores de estas coordenadas se obtienen utilizando las relaciones trigonométricas de seno y coseno de la siguiente manera:



$$sen\alpha = \frac{R_y}{R} \quad \Rightarrow \quad R_y = R.sen\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{R} \quad \Rightarrow \quad R_x = R.\cos\alpha$$

Figura 2-15 Representación de un vector y sus componentes en el plano cartesiano

Podemos generalizar diciendo que cualquier vector **R** se puede representar en un plano xy por medio de sus componentes rectangulares R_x y R_y y que por tanto cualquier par de coordenadas cartesianas definen un vector cuyo punto inicial es el origen del plano cartesiano y su punta está determinada por el par de coordenadas xy.

Si el punto de inicio de un vector no coincide con el origen del plano cartesiano, las componentes del vector corresponden a las proyecciones sobre los ejes x e y. R_x correspondería entonces a la diferencia entre $x_2 - x_1$ y R_y a $y_2 - y_1$. tal como se ilustra en la figura 2-15.

También es necesario precisar que los ejes rectangulares no necesariamente deben encontrase en dirección horizontal y vertical sino que pueden tener cualquier inclinación, lógicamente el valor de las coordenadas va a cambiar dependiendo del sistema de referencia que se maneje tal como se indica en la figura 2-16

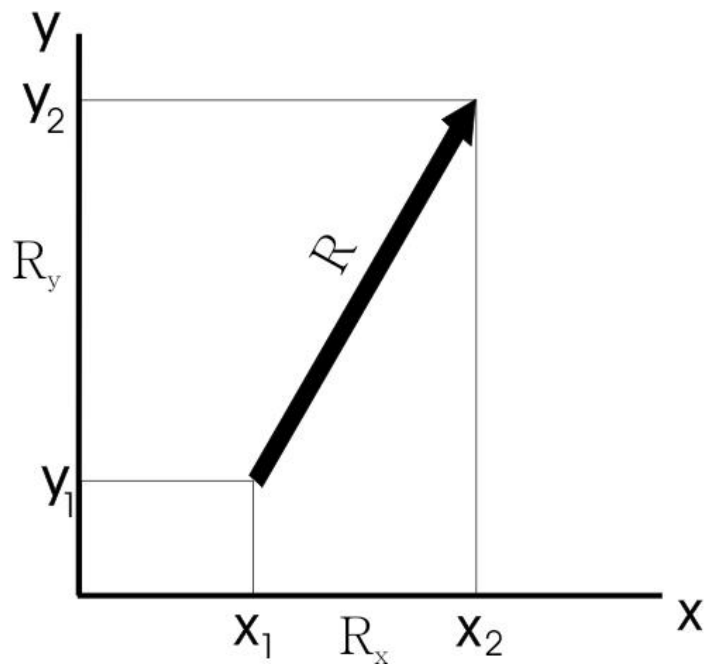


Figura 2-16 Componentes del vector **R**

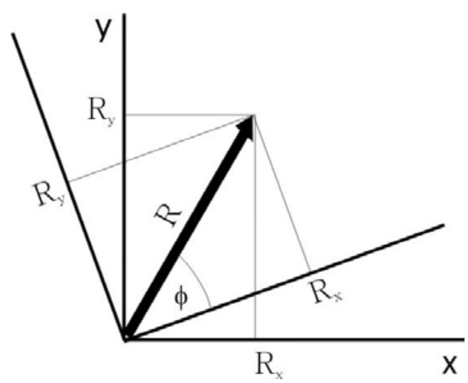


Figura 2-17 Componentes rectangulares del vector R en diferentes sistemas de referencia

Ejemplo 2-6

¿Cómo representar el vector (100, 60º) en el plano cartesiano y determinar sus coordenadas?

Teniendo como referencia el origen del plano cartesiano y el ángulo se traza una línea que define la dirección y sobre ella se ubica la punta de la flecha de acuerdo con la magnitud tal como se muestra en la figura 2-18.
Las coordenadas se calculan en la siguiente forma

$$y = 100\,\text{sen}(60^{\circ}) = 86{,}6$$

$$x = 100\cos(60^{\circ}) = 50{,}0$$

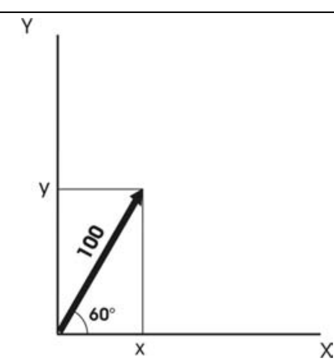


Figura 2-18 componentes xy

2.7 Vectores unitarios

Hasta ahora hemos desarrollado algunos conceptos que permiten sumar o restar dos o tres vectores sin mayor complicación, pero si el número de vectores aumenta, también crece la complejidad de los métodos gráficos y analíticos. Para obviar esta situación y modelar en forma general el comportamiento vectorial se acude al concepto de vector unitario, definido como aquel que tiene una magnitud unitaria (1) adimensional, es decir sin unidades, con una determinada dirección. Comúnmente se acepta como direcciones de los vectores unitarios las determinadas por las direcciones de los ejes cartesianos xy si se trata de un plano, o xyz si se considera un vector en el espacio. Estos vectores unitarios se representan generalmente por las letras ***i***, ***j***, ***k***. Bajo estas consideraciones un vector como el del ejemplo 2-6 se puede representar como 50,0***i*** + 86,6***j***. La figura 2-19 muestra ejemplos de vectores unitarios en un plano y en el espacio.

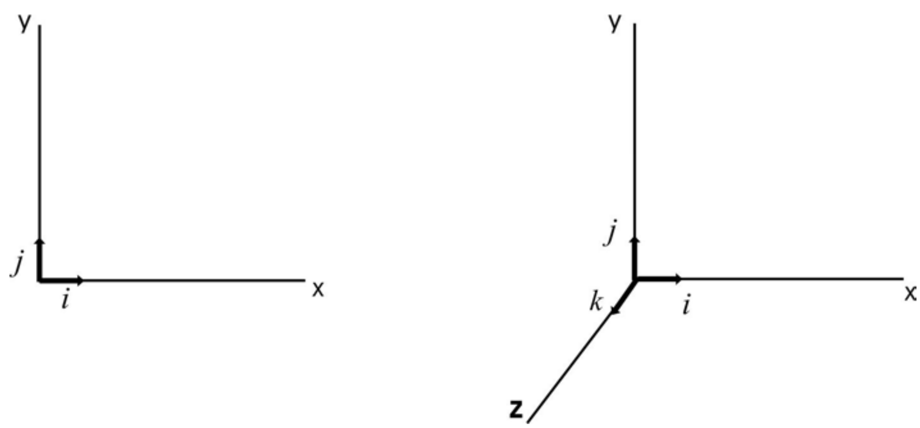


Figura 2-19 Vectores unitarios en un plano y en el espacio

En esta forma cualquier vector orientado en el espacio se representa por la suma de las componentes cartesianas xyz multiplicadas por sus correspondientes vectores unitarios. Por ejemplo el vector **P** que tienen su punto inicial el origen de un sistema cartesiano y su punta está determinada por las coordenadas (2, 3, -5) tendrá la siguiente representación.

P = 2***i*** + 3***j*** - 5***k***

La magnitud de este vector se determina según Pitágoras, entonces:

$$P = \sqrt{(2)^2 + (3)^2 + (-5)^2} = 6{,}2$$

De manera general si un vector **Q** cualquiera que parte del origen de un sistema cartesiano tiene como coordenadas (a, b, c) el vector se representa por

Q = a***i*** + b***j*** + c***k***

y su magnitud por

$$Q = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Ejemplo 2-7

¿Se requiere expresar el vector **A** definido por las coordenadas (3, -4) mediante vectores unitarios y además encontrar la magnitud y el ángulo que forma con la horizontal.

Representación mediante vectores unitarios $A = 3i - 4j$

Magnitud $A = \sqrt{(3)^2 + (-4)^2} = 5$

$$\tan\alpha = \frac{-4}{3} = -1{,}33 \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(1{,}33) = -53{,}1 = (360 - 53{,}1) = 306{,}9^{\circ}$$

La representación mediante vectores permite realizar la suma de todos los vectores que se quiera, no solamente en un plano sino también en el espacio, simplemente se suman algebraicamente entre sí todas las componentes de los vectores definidas por los vectores unitarios ***i***, ***j*** *o* ***k***. Esta aplicabilidad se muestra en el ejemplo 2-7.

Ejemplo 2-7

Realizar la suma de 4 vectores **A**, **B**, **C** y **D** definidos como se muestra a continuación:

A = $2i - 3j - k$
B = $-i + 2j + 3k$
C = $3i - j - 2k$
D = $-i + 3j + 2k$

Como Ud. puede observar los cuatro vectores se encuentran orientados en el espacio, entonces, el vector resultante, para este caso, está determinado por la suma algebraica de cada uno de los correspondientes vectores unitarios orientados según los ejes *xyz.*

R = $(2 - 1 + 3 - 1)i + (-3 + 2 - 1 + 3)j + (-1 + 3 - 2 + 2)k = 3i + j + 2k$

$R = \sqrt{(3)^2 + (1)^2 + (2)^2}$ =3,7

Reflexione sobre los conceptos que hasta el momento ha recordado de sus estudios de bachillerato o aquellos que le son completamente nuevos para Ud. y elabore con ellos un pequeño escrito donde se explique su importancia en el conocimiento de la física y sus aplicaciones.

TALLER No 4. COMPONENTES Y VECTORES UNITARIOS

OBJETIVOS

- ✓ Determinar las componentes de un vector
- ✓ Aplicar el concepto de vector unitario
- ✓ Adquirir habilidad en la realización de operaciones de suma o resta de vectores utilizando los vectores unitarios.

METODOLOGÍA

Desarrollo individual o grupal de los ejercicios propuestos y socialización en sesión de tutoría.

1. Represente gráficamente y determine las componentes cartesianas de los siguientes vectores

   a. **P**(4,50º)
   b. **Q**(20, 210º)
   c. **R**(10, 135º)
   d. **S**(5, 330º)

2. Un atleta corre por una pista circular de 50 m de radio si la posición inicial corresponde a los cero grados hacia el este determine las componentes vectoriales en un sistema cartesiano de referencia donde el origen coincide con el centro de la pista y la orientación con los cuatro puntos cardinales para el vector desplazamiento en los siguientes casos.

   a. 70º al noreste
   b. 40º al noroeste
   c. 20º al suroeste
   d. 80º al sureste

3. Un vector tiene una dirección de 50º y una magnitud de inicial de 10 m que cambia constantemente a razón de 2m/s. Determine las componentes cartesianas después de 8 minutos.

4. Determine la dirección y magnitud de los vectores que tienen las componentes cartesianas que se indican:

   a. **A**(2,4)
   b. **B**(5,-5)

c. **C**(-3,2)
d. **D**(-2,-1)

5. La siguiente tabla muestra las equivalencias de representaciones vectoriales mediante coordenadas polares, cartesianas y vectores unitarios. Complete según corresponda.

VECTOR	COORDENADAS POLARES	COMPONENTES CARTESIANAS	VECTORES UNITARIOS
R	12, 30º		
S		5, 2	
T			$8i + 6j$
V		-1, -4	

6. Halle las componentes xy de los vectores **P** y **Q** indicados en la figura 2-20 y represente el vector resultante en función de vectores unitarios.

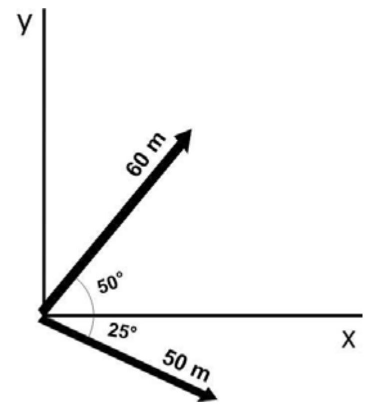


Figura 2-20

7. Construya una tabla donde se indiquen los signos de las componentes R_x y R_y del vector **R** que se encuentra sobre el plano xy cuando el vector se encuentra en los cuadrantes I, II, III y IV. ¿Qué concluye? ¿Siempre tendrá este comportamiento? Justifique sus respuestas.

8. Dado los vectores **P** = $2i - 3j$ y **Q** = $-i - 2j$ calcular la magnitud y la dirección de los vectores resultantes de las operaciones **P** + **Q** y **P** – **Q**

9. Exprese mediante vectores unitarios el vector resultante de la suma de los siguientes vectores y determine su magnitud.

M = $2i - 3j + 4k$ y **N** = $-3i + 2j - 3k$.

10. Represente gráficamente los vectores **S** = $-i + 2j - 2k$ y **V** = $-3i + 2j - 3k$ y calcule la magnitud del vector resultante de la operación **V** – **S.** Si los vectores **S** y **V** representan la posición de una partícula en el espacio ¿qué representa la diferencia entre V y S?

AUTOEVALUACIÓN No 2

A continuación Ud encuentra 10 preguntas de selección múltiple con única respuesta sobre evaluación de competencias cognitivas de comprensión y aplicación de conocimientos, las cuales se deben responder en un tiempo no mayor a 10 minutos.

De tal manera que busque papel y lápiz y una vez que se encuentre listo empiece a responder ***controlando el tiempo estipulado y sin ninguna otra clase de ayuda que sus propios conocimientos***. Al final del módulo encontrará la información de retorno. Si los resultados no son satisfactorios vuelva a estudiar la temática correspondiente. **No avance si los resultados no son satisfactorios**

1) Corresponde a una magnitud vectorial
   a) carga eléctrica
   b) densidad
   c) energía
   d) aceleración

2) Corresponde a una magnitud escalar
   a) velocidad
   b) trabajo
   c) fuerza
   d) impulso

3) Se considera el negativo de un vector con respecto a otro a aquel que posee
   a) magnitud y dirección negativas
   b) dirección hacia la izquierda
   c) igual magnitud y dirección opuesta
   d) dirección entre 90º y 270º

4) La dirección y magnitud del vector desplazamiento de un vehículo que recorre 2 km hacia el norte y 3 km hacia el este, es
   a) 41,8º y 3,6 km
   b) 33,7º y 5 km
   c) 41,8º y 5 km
   d) 33,7º y 3,6 km

5) La componente sobre el eje “y” del vector (150, 30º) es
   a) 130
   b) 100
   c) 75
   d) 50

6) La componente A_x del vector **A**(40, 30º) es
   a) 20
   b) 23,1
   c) 28,3
   d) 34,6

7) La magnitud del vector 4i + 3j es
   a) 3.5
   b) 4,5
   c) 5,0
   d) 7,0

8) Si P_x y P_y son respectivamente -6 y 8, la dirección del vector **P** es
   a) -36,9
   b) -53,1
   c) 41,4
   d) 129,9

9) Si una partícula se mueve desde la posición (2, 1) hasta la posición (1, 2) su vector desplazamiento es
   a) $i + j$
   b) $-i + j$
   c) $2i - j$
   d) $3i + 3j$

10) Dado los vectores **A**(1, 1, 2) y B(1, -2, -1) el vector resultante de **A** + **B** es
   a) $2i - j + k$
   b) $2i - 2j + 2k$
   c) $2i - j - 2k$
   d) $2i + j - k$

CAPÍTULO 3 RAZONES DE CAMBIO Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA

Logros

Luego de realizar las actividades de aprendizaje sugeridas para el desarrollo de este capítulo, Ud.

1. Identificará la característica de toda razón de cambio
2. Propondrá experimentos sencillos donde se determine una razón de cambio
3. Solucionará problemas relacionados con razones de cambio
4. Representará gráficamente la relación entre dos variables
5. Interpretará diferentes tipos de gráficos para deducir la relación entre variables.

Indicadores de logro:

✓Da ejemplos de razones de cambio
✓Propone métodos para medir o determinar una razón de cambio
✓Deduce la relación entre variables a partir del análisis de una gráfica.
✓Grafica diferentes funciones utilizando el sistema de coordenadas cartesianas

3.1 INTRODUCCIÓN

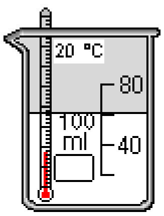
A muchos estudiantes no les gusta la física porque la asocian equivocadamente a una gran cantidad de ecuaciones matemática en muchos casos de difícil comprensión; el estudio y aprendizaje de la física de ninguna manera consiste en memorizar una serie de fórmulas y utilizarlas mecánicamente para dar solución a los ejercicios y problemas que aparecen en los textos. Con mucha frecuencia se escucha decir a los estudiantes: profesor, ¿qué fórmula aplico en este caso? La respuesta a esta pregunta es indicarles que no apliquen ninguna fórmula, sino invitarlos a que reflexionen sobre las relaciones que existen entre las variables en juego y a la luz de los principios y leyes estudiadas establezcan su propio criterio. Las ecuaciones o fórmulas son solo medios para representar y describir una realidad bajo determinadas condiciones y no la solución mágica que sale de un compendio, un texto o de un manual. La solución de cualquier problema implica un proceso intelectual de reconocimiento, interpretación, reflexión, raciocinio, intuición, creatividad y aplicación de una teoría coherente con el problema en cuestión. Entonces como una recomendación especial le diremos que antes que Ud pretenda memorizar una gran cantidad de fórmulas muchas veces en forma aislada y sin ningún sentido es necesario que reflexione sobre los conceptos, los asimile, los interiorice, se apropie de ellos y construya un conocimiento sólido que le sirva como soporte para estudios superiores y como fundamento de su desempeño profesional.

En el presente capítulo se trabajará el concepto de razón de cambio para establecer la relación entre dos variables y representar gráficamente esta relación.

3.2 Razón de cambio

Empecemos por decir que una razón de cambio se puede definir como la variación que experimenta una magnitud física con respecto a otra, por ejemplo el perímetro o el área de un polígono, cambian al variar la longitud de uno de sus lados. La distancia recorrida por un móvil aumenta al transcurrir el tiempo. La temperatura de un líquido aumenta gradualmente al suministrársele calor en forma uniforme. Examinemos el siguiente experimento donde se mide cuidadosamente la temperatura del agua cada 30 segundos durante 5 minutos encontrándose los datos que se reportan en la siguiente tabla.

Temperatura T (ºC)	20	23	26	29	32	35	38	41	44	47	50
Tiempo t (s)	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300



Podríamos preguntarnos entonces ¿cómo cambia la temperatura cada minuto? ¿El cambio de la temperatura se mantiene constante durante los cinco minutos? o ¿se presentarán cambios a mediada que aumenta la temperatura? Para responder a estas preguntas debemos determinar el cambio de temperatura minuto a minuto. Así para el primer minuto la temperatura cambia de 20 a 26 ºC, es decir que la razón de cambio en ese primer intervalo es de 6 ºC/minuto. En el segundo minuto la temperatura cambia de 26 a 32, la diferencia de temperaturas también es de 6 ºC y podemos observar que cada minuto la temperatura aumenta en forma constante 6º C. La siguiente tabla resume los resultados de evaluar la razón de cambio cada minuto.

Cambio de temperatura ΔT(ºC)	26 - 20	32 - 26	38 - 32	44 - 38	50 - 44
Cambio en el tiempo Δt (minutos)	1 - 0	2 – 1	3 - 2	4 – 3	5 - 4
Razón de cambio ΔT(ºC)/Δt (minutos)	6	6	6	6	6

En este experimento se observa que la razón de cambio es de 6 ºC/minuto equivalente 0,1 ºC/segundo y que se mantiene constante. Los resultados son válidos bajo las condiciones en las cuales se realiza el experimento y son útiles para realizar interpolaciones entre ellos o extrapolaciones en cualquiera de los extremos. Por ejemplo podríamos en determinado momento estar interesados en la temperatura alcanzada a los 2,25 minutos o si se mantienen las mismas condiciones de calentamiento cuanto tiempo falta para que el agua empiece la ebullición? ¿Cómo podría Ud. dar solución a este sencillo problema? ¿Qué consideraciones debe realizar?

Cualquier raciocinio, procedimiento o método que Ud. utilice para solucionar un problema es válido siempre y cuando sea lógico y coherente. Por lo tanto las indicaciones y sugerencias que se harán a continuación solo constituyen una guía de trabajo y no un molde rígido el cual deba utilizarse invariablemente. ¡Recuerde siempre!, cuando se enfrente a un problema, que lo más importante es el raciocinio que se haga en torno a él.

En primer lugar debe considerar que la temperatura del agua está aumentando en forma constante en 6 ºC por cada minuto, entonces para los 2,25 minutos el aumento de temperatura será de 13,5 ºC y como la temperatura inicial es de 20 ºC la temperatura al cabo de 2,25 minutos será igual a 33,5 ºC.

Para dar repuesta al segundo interrogante se debe considerar que la temperatura de ebullición de una sustancia depende de la presión bajo la cual se realice su determinación, para una presión de una atmósfera, la temperatura de ebullición del agua es de 100 ºC. Entonces, si se considera que el agua se encuentra a 50 ºC, el tiempo necesario para elevar la temperatura en 50 ºC, es decir (100 ºC – 50 ºC), se halla al dividir 50 ºC entre la razón de cambio 6 ºC/minuto con lo cual se obtiene un tiempo de 8,33 minutos.

La representación e interpretación gráfica es otra forma de resolver este sencillo problema. Ud. puede graficar en un sistema de coordenadas cartesianas, la temperatura en ºC contra el tiempo en segundos o minutos como Ud. prefiera; observará en primer lugar una serie de puntos que se sitúan sobre una línea recta debido a que la razón de cambio es constante; al tazar la línea correspondiente ya se encuentra en capacidad de responder muy fácilmente a los interrogantes planteados. En el primer caso para un tiempo de 2,25 minutos equivalente a 135 segundos, simplemente se busque el valor de la coordenada correspondiente en el eje de temperaturas. Para responder a la segunda inquietud, se debe prolongar la recta de tal manera que alcance la coordenada de 100 ºC y determinar el tiempo requerido, y teniendo como referencia el tiempo inicial a la temperatura de 50 ºC se determina el intervalo de tiempo transcurrido. La figura 3-1 muestra la representación gráfica del cambio de la temperatura en el transcurso de un intervalo de tiempo para el experimento descrito.

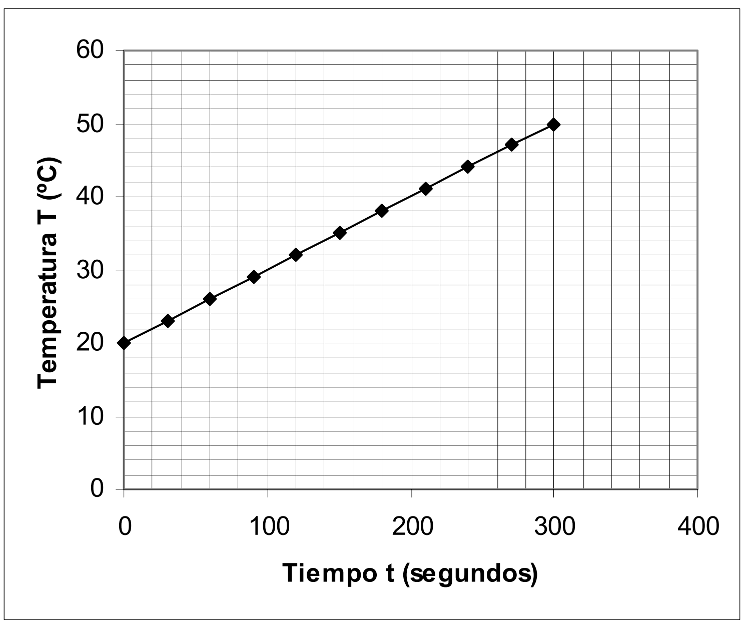


Figura 3-1 Temperatura contra tiempo

Los registros de competencias atléticas están muy a menudo referidos a razones de cambio relacionadas con distancias recorridas por intervalos de tiempo. Conocer estas relaciones es muy útil para realizar predicciones si se mantienen constantes las condiciones bajo las cuales ocurren los eventos. Por ejemplo, si un atleta corre en una maratón a razón de 5 m/s ¿Cuál será la distancia recorrida al cabo de 15 minutos?

Para calcular la distancia recorrida al cabo de 15 minutos, tendríamos en primer lugar que determinar la equivalencia de este tiempo en segundos. Un minuto equivale a 60 segundos, entonces 15 minutos equivalen a 900 segundos. Luego si por cada segundo avanza 5 m, la distancia recorrida será 4.500 m, equivalente a su vez a 4,5 km. Ahora Ud. realice el cálculo de la distancia recorrida por el atleta al cabo de 30, 45 y 60 minutos, ¿que resultados obtuvo? Si los resultados obtenidos se grafican en un diagrama de distancia contra tiempo que tipo de gráfica se obtiene?

En forma general si y representa una cantidad física que depende de otra a la cual la denominamos como x, se dice que y es una función de x y matemáticamente se expresa como $y = f(x)$. Ahora, si x, cambia de x_1 a x_2 el valor de y debe modificarse de y_1 a y_2 o lo que es equivalente de $f(x_1)$ a $f(x_2)$. La diferencias entre estos valores se conocen como incrementos y se representan por la letra griega delta (Δ).

Así el incremento en x es $\Delta x = x_2 - x_1$ y en incremento en y es $\Delta y = y_1 - y_2 = f(x_2) - f(x_1)$.

Con estas consideraciones la razón promedio de cambio de y con respecto a x se define como el cociente entre los incrementos de estas variables, es decir

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Si la razón de cambio entre un intervalo y cualquier otro es la misma se dice que la razón de cambio entre estas dos variables es constante. Por ejemplo, la tabla siguiente muestra la longitud de una circunferencia en función del radio

Longitud L (m)	6,28	12,6	18,8	25	31	37,7	44	50	57	62,8
Radio r (m)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Razón de cambio $\Delta L / \Delta r$	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3

Cuando la razón de cambio entre dos variables cambia en forma uniforme entre un rango y otro se habla de una razón de cambio uniformemente variada, por ejemplo la razón de cambio del área de un círculo con respecto al radio.

Área	3,14	12,6	28,3	50	79	113	154	201	254	314
Radio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Delta A / \Delta r$	9,4	15,7	22,0	28,3	34,6	40,8	47,1	53,4	59,7	66,0

Los resultados anteriores muestran que la razón de cambio aumenta uniformemente en 6,3 unidades.

Hay ocasiones para las cuales la razón de cambio no presenta una variación uniforme, sin embargo dentro un determinado rango es posible hablar de una razón de cambio promedio. En el ejemplo 3-1 se muestra una situación de este tipo. Analice cuidadosamente las razones de cambio que se presentan para los intervalos de tiempo solicitados. ¿Qué significa una razón de cambio negativa?

Ejemplo 3-1
En una estación meteorológica se registran cada hora las temperaturas ambientales,

obteniéndose para cierto día los siguientes resultados

Hora	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
T (ºC)	8,0	10,3	12,0	14	16	17	18	18,5	19	18	16	14	13

Calcule la razón promedio del cambio de temperatura con respecto del tiempo desde

a) las 6 a las ocho de la mañana
b) medio día a las dos de la tarde
c) las cuatro a las seis de la tarde.

a) $\dfrac{\Delta T}{\Delta t} = \dfrac{T_2 - T_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{(12-8)^{o}C}{(8-6)h} = \dfrac{4\ ^{o}C}{2\ h} = 2\ ^{o}C/h$

b) $\dfrac{\Delta T}{\Delta t} = \dfrac{T_2 - T_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{(19-18)^{o}C}{(14-12)h} = \dfrac{1\ ^{o}C}{2\ h} = 0{,}5\ ^{o}C/h$

c) $\dfrac{\Delta T}{\Delta t} = \dfrac{T_2 - T_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{(13-16)^{o}C}{(18-16)h} = \dfrac{-3\ ^{o}C}{2\ h} = -1{,}5\ ^{o}C/h$

Los datos muestran que en la mañana la temperatura aumenta más rápidamente que al medio día mientras que en horas de la tarde la temperatura comienza a descender por eso la razón de cambio negativa.

La temperatura ambiente depende de muchos factores como la época del año, la nubosidad, la humedad relativa o la velocidad del viento de tal manera que no es posible tener un 100% de certeza sobre las temperaturas que se alcanzarán en un determinado día. En este caso la razón de cambio es indeterminada aunque la tendencia de cambio puede mantenerse si se comparan los datos de un día para otro en una determinada época del año.

3.3 RAPIDEZ

Una razón de cambio importante en física es la rapidez la cual se define como la distancia recorrida por unidad de tiempo. Conocer la rapidez de una partícula, un objeto o cualquier móvil es el primer paso para comenzar a describir el movimiento. La rapidez pude ser constante o variable lo cual generan dos tipos de movimientos perfectamente caracterizados que son objeto de estudio en los cursos de introducción a la física. Dada la importancia de este concepto nos vamos a detener un poco, analizando algunas situaciones particulares para que Ud. pueda ir construyendo las estructuras conceptuales que le faciliten la solución de problemas no solamente de los textos sino ante todo de casos reales de la vida cotidiana.

Matemáticamente la rapidez se define como $r = \dfrac{\Delta L}{\Delta t}$

Donde r = rapidez,
ΔL = cambio en la distancia = $L_2 - L_1$
Δt = intervalo de tiempo = $t_2 - t_1$

En los siguientes ejemplos se maneja el concepto de rapidez como razón de cambio de la distancia con respecto al tiempo y su aplicación para dar respuesta a preguntas relacionadas con la distancia recorrida, el tiempo empleado o la rapidez promedio alcanzada durante un intervalo de tiempo.

Ejemplo 3-2

La tabla siguiente muestra las distancias recorridas por un ciclista al cabo de los tiempos indicados.

Tiempo minutos	0	5	10	15	20	25	30	35	40	50	60
Distancia (L) km	0	3,5	7,0	10,5	14,0	17,5	21,0	24,5	28,0	35,0	42,0

Determinar la rapidez o razón de cambio en los siguientes intervalos

a) entre los 5 y los 10 minutos
b) entre los 10 y los 20 minutos
c) entre los 20 y los 40 minutos
d) entre los 30 y los 60 minutos

¿Qué se puede concluir de esta serie de datos?

Dado que la rapidez o razón de cambio de la distancia con respecto al tiempo se define mediante la relación $\frac{\Delta L}{\Delta t}$, para cada intervalo de tiempo se determina el cambio producido en la distancia (L) y se calcula el cociente entre el cambio en la distancia y el intervalo de tiempo, tal como se muestra a continuación

a) $$\frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{L_2 - L_1}{t_2 - t_1} = \frac{(7{,}0 - 3{,}5)\ km}{(10 - 5)\ min} = \frac{3{,}5\ km}{5\ min} = 0{,}7\ m/min$$

b) $$\frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{L_2 - L_1}{t_2 - t_1} = \frac{(14{,}0 - 7{,}0)\ km}{(20 - 10)\ min} = \frac{7{,}0\ km}{10\ min} = 0{,}7\ m/min$$

c) $$\frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{L_2 - L_1}{t_2 - t_1} = \frac{(28{,}0 - 14{,}0)\ km}{(40 - 20)\ min} = \frac{14{,}0\ km}{20\ min} = 0{,}7\ m/min$$

d) $$\frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{L_2 - L_1}{t_2 - t_1} = \frac{(42{,}0 - 21{,}0)\ km}{(60 - 30)\ min} = \frac{21{,}0\ km}{30\ min} = 0{,}7\ m/min$$

De los resultados obtenidos se concluye que para cualquier intervalo Δt la razón de cambio es la misma, entonces en este caso, se presenta una razón de cambio constante.

Los gráficos son herramientas muy útiles para la presentación de resultados experimentales y para el análisis y determinación de la relación existente entre dos variables, se utilizan en cualquier campo de las ciencias pero particularmente son importantes en ingeniería es por esta razón que a través de los ejemplos propuestos iremos recordando algunas de las características y convenios utilizados en la representación gráfica de funciones. Para comenzar le presentamos algunas sugerencias para la elaboración de gráficas y en el ejemplo 3-3 se aprecia como se aplican.

Sugerencias para graficar la relación entre dos variables a partir de una tabla de datos

- Identifique cual es la variable independiente y cual la variable dependiente.
- Seleccione el eje horizontal o eje "x" para la variable independiente, y el eje vertical o eje "y" para la variable independiente.
- A partir de los valores más bajos y los más altos establezca los rangos tanto para la variable independiente como para la variable dependiente y seleccione una escala apropiada que le permita ubicar fácilmente todos los puntos.
- Determine si la gráfica pasa por el origen, punto (0,0).
- Trace los ejes, divídalos de acuerdo con la unidad de medida elegida según la escala seleccionada. Numérelos y márquelos debidamente. En cada eje debe aparecer claramente el nombre de las variables y sus unidades.
- Represente cada pareja de datos mediante puntos determinados por la intersección de las coordenadas.
- Trace la mejor línea recta o la curva más suave que pase por el mayor número de puntos.
- Coloque a la gráfica un título descriptivo que indique sin lugar a dudas lo que representa.

Ejemplo 3-3

Represente los datos del ejemplo 3-2 mediante una gráfica de longitud contra tiempo. ¿Qué tipo de línea se obtiene?

Atendiendo a las recomendaciones dadas siempre que vaya a graficar debe comenzar por establecer las variables independiente y dependiente, seleccionar los ejes del plano cartesiano, elegir una escala apropiada de acuerdo con el rango de datos y sus unidades, en este caso el tiempo es la variable independiente y cambia entre 0 a 60 minutos, y la distancia es la variable dependiente que cambia entre 0 a 50 kilómetros, la selección de la escala se debe realizar de tal manera que se garantice que ningún dato quede por fuera del gráfico. Luego se debe dividir y numerar los ejes. En este caso se maneja para el eje horizontal dos divisiones; la división menor representa 5 minutos y la mayor 10 minutos. En el eje vertical la división representa 10 km. Enseguida se deben ubicar en el plano los puntos correspondientes a cada pareja de datos, tal como se muestra en la figura 3-2.

Finalmente se une la secuencia de puntos y se obtiene para este caso la línea recta mostrada en la figura 3-3

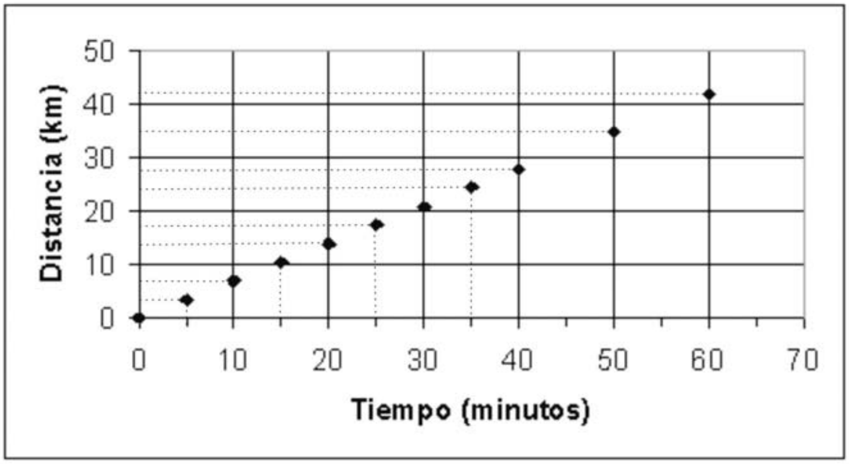


Figura 3-2 Diagrama de puntos

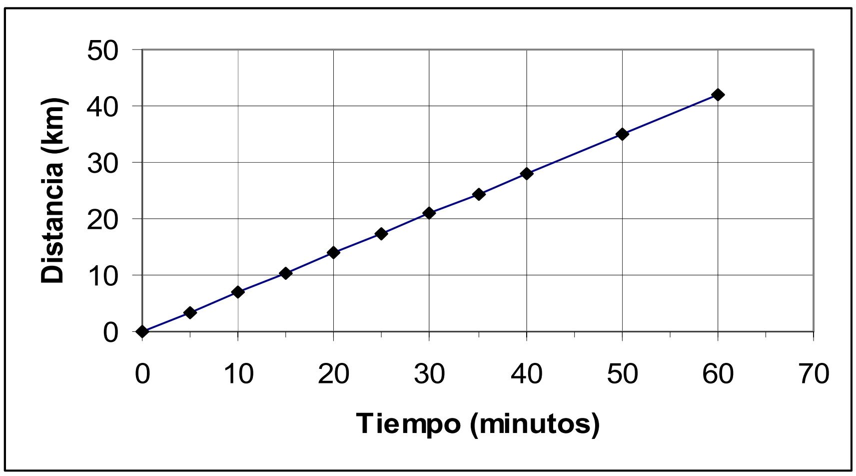


Figura 3-3 Representación del movimiento del ciclista

La labor de graficación se simplifica enormemente si utiliza las herramientas que hoy en día ofrece la informática; cualquier programa de hoja de cálculo permite realizar este tipo de gráficos con muy buena presentación. También existe software específico que permite graficar cualquier tipo de función. Le recomendamos utilizar estos programas, su manejo es relativamente sencillo, todos ellos tienen instrucciones que guían en el desarrollo de este tipo de trabajo. Las recomendaciones y sugerencias dadas son perfectamente válidas tanto si se grafica en forma manual o si se utiliza el computador.

El análisis de los ejemplos anteriores permite concluir que siempre que la razón de cambio de una variable con respecto a otra sea constante, la representación gráfica de la variable dependiente frente a la variable independiente será una línea recta. La pendiente de esta recta es igual a la razón de cambio y se dice que entre las variables hay una relación lineal.

Continuando con el estudio de la rapidez, como un caso particular de una razón de cambio, a continuación se presentan algunos problemas de la cotidianidad que se resuelven solo mediante un proceso de análisis y raciocinio sin preocuparse de utilizar determinadas fórmulas. Recuerde que el principal objetivo de este curso es el de desarrollar su capacidad de análisis para la solución de problemas. Los ejemplos siguientes son una invitación a razonar para encontrar una solución.

Ejemplo 3-4

Si un auto se mueve con una rapidez constante de 90 km/h que distancia recorre en un intervalo de 7 segundos? Qué tiempo gastará en recorrer una distancia de una milla?

Aquí nos enfrentamos con el problema de expresar la razón de cambio en unidades más apropiadas, tal como m/s. Para ello se utilizan los factores de conversión de unidades más convenientes:

$$90(\frac{km}{h})(\frac{1\ \ h}{3.600\ \ s})(\frac{1.000\ \ m}{1\ \ km}) = 25\ \ m/s$$

Entonces la razón de cambio es de 25 *m/s*, lo cual significa que encada segundo el auto recorre una distancia de 25 m, por lo que la distancia recorrida en 7 segundos será igual a (25 *m/s*)(7 *s*), es decir, 175 *m.*

Para responder a la segunda pregunta es necesario conocer a cuantos metros equivale una milla y realizar la conversión respectiva. Así, en las tablas se encuentra que una milla equivale 1609,34 m. Ahora si para recorrer 25 m se gasta un segundo, entonces el tiempo gastado en recorrer una determinada distancia será igual al resultado de dividir la distancia recorrida entre la razón de cambio, es decir la distancia recorrida por segundo. Fíjese que no utilizamos ninguna fórmula, simplemente se acude al solo razonamiento.

$$Tiempo = \frac{1.609{,}34\ \ m}{25\ \ m/s} = 64{,}37\ \ s$$

También puede determinar el resultado anterior, manejando la razón de cambio como un simple factor de conversión

$$Tirmpo = (1.609{,}34\ \ m)(\frac{1\ \ s}{25\ \ m}) = 64{,}37\ \ s$$

Ejemplo 3-5

Una persona viaja en un automóvil entre dos ciudades que se encuentran separadas por una distancia de 380 km; si en los primeros 210 km la rapidez promedio es de 70 km/h

¿cuál debe ser la rapidez promedio en los restantes kilómetros para realizar el viaje en 5 horas?

Otro ejemplo donde se debe razonar para llegar a la respuesta correcta. Para recorrer los 210 km se necesita de 3 horas, ya que por cada hora se recorren 70 km. Luego si el recorrido se debe completar en 5 horas el tiempo restante es de 2 horas y la distancia que faltaría por recorrer es de (380 – 210) km = 170 km por tanto la rapidez promedio para completar el viaje es de (170 km/2 h)= 85 km/h.

Ejemplo 3-6

Un ciclista recorre 95 km con una rapidez promedio de 40 km/h en los primeros 50 km y 60 km/h en los restantes. ¿Cuál será la rapidez promedio en la carrera?

Para calcular la rapidez promedio en toda la carrera primero se requiere calcular el tiempo total empleado que a su vez es igual a la suma de los tiempos en cada parte de la carrera entonces:

$$t_1 = (50\ km)(\frac{1\ h}{40\ km}) = 1{,}25\ h \quad \text{y} \quad t_2 = (95\ km - 50\ km)(\frac{1\ h}{60\ km}) = 0{,}75\ h$$

Por tanto $t = t_1 + t_2 = 1{,}25\ h\ +\ 0{,}25\ h = 2{,}00\ h$ y la rapidez promedio se calculará en la siguiente forma (95 *km* /2 *h*) = 45 *km/h*.

Ejemplo 3-7

Dos automóviles A y B que parten al mismo tiempo de dos ciudades distantes entre si 180 km. Si el automóvil A se mueve en dirección hacia B con una rapidez de 120 km/h mientras que el automóvil B se mueve hacia A con una rapidez de 80 km/h, determine el tiempo necesario para que se encuentren y las distancias recorridas por los automóviles.

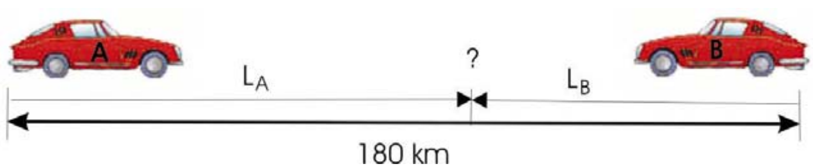


Figura 3-4 Movimiento de dos autos en sentidos opuestos

Si la rapideces con las cuales se mueven los automóviles fueran iguales, los dos se encontraría a la mitad del recorrido, pero como A se mueve más rápido que B, la distancia recorrida por el auto A debe ser mayor que la distancia recorrida por B. Para calcular las distancias se debe considera que estas son proporcionales a la rapidez y al tiempo por consiguiente la distancia es igual al producto de la rapidez por el tiempo, entonces:

$$L_A = (120\ km/h).t \ \text{ y } \ L_B = (80\ km/h).t$$

Como el tiempo es el mismo y se debe cumplir que $L_A + L_B = 180\ km$ al remplazar se llega una ecuación de donde se despeja el tiempo

$$(120\ \ km/h)t + (80\ \ km/h)t = 180\ \ km$$

$$(200\ \ km/h)t = 180\ \ km$$

$$t = \frac{180\ \ km}{200\ \ km/h} = 0,9\ \ h$$

Con este tiempo se determinan las distancias recorridas

$$L_A = (120\ \ km/h).(0,9\ \ h) = 108\ \ km$$

$$L_B = (80\ \ km/h).(0,9\ \ h) = 72\ \ km$$

Compruebe que la suma de estas distancias es igual a la distancia entre las dos ciudades.

Otra forma de solucionar este problema es la de utilizar un método gráfico, para lo cual es necesario establecerán punto de origen o de referencia. Vamos a suponer que tal punto es el de partida del automóvil A. Entonces el primer punto de la gráfica del recorrido de A será el origen de coordenadas (0,0), se selecciona un segundo punto en forma arbitraria, por ejemplo cuando el tiempo sea de una o dos hora, entonces la distancia será de 120 o 240 km. Como la rapidez se considera constante, la gráfica debe corresponder a una línea recta, se traza por estos puntos la línea recta correspondiente. Para graficar el recorrido del auto B se debe considerar que al inicio se encuentra separado 180 km del origen y a medida que transcurre el tiempo la distancia disminuye, de tal manera que al cabo de una hora, el auto B habrá recorrido 80 km y se encontrará a 100 km del origen o después de dos horas el auto B habrá recorrido 160 horas y se encontrará a 20 km del origen. Al trazar la segunda recta, se observa que hay un punto de intersección que representa el punto de encuentro de los dos autos, sus coordenadas representan el tiempo al cual ocurre este evento y la distancia a la cual se encuentran los autos del origen, en la gráfica se leen estos valores que corresponden a 0,9 horas y 108 km.

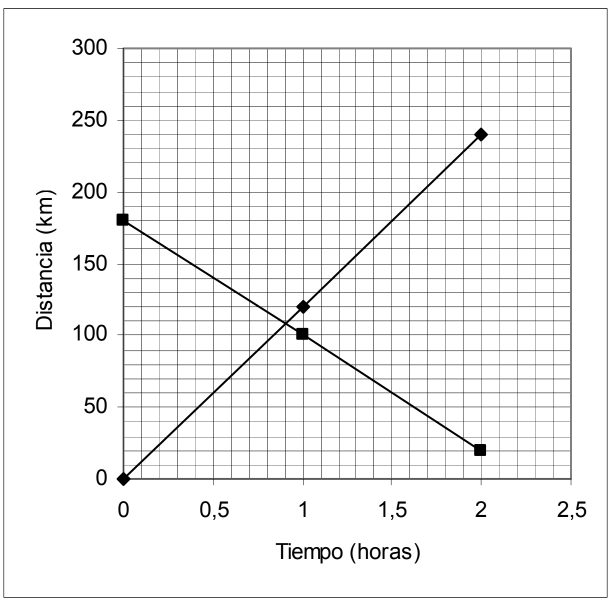


Figura 3-5 Solución gráfica a ejemplo 3-7

3.4 ¿LA DENSIDAD UNA RAZÓN DE CAMBIO?

Recuerde que la densidad se ha definido como la razón entre la masa y el volumen de una sustancia. En este sentido, la densidad se considera como una razón de cambio ya que representa la variación de la masa con respecto al volumen. En otras palabras la masa de una sustancia es directamente proporcional al volumen y la constante de proporcionalidad es precisamente la densidad.

3.5 CAUDALES

Otras razones de cambio de gran importancia técnica son los denominados caudales definidos o bien como la masa que pasa a través de una tubería o cualquier otro conducto por unidad de tiempo o bien como el volumen de un fluido que atraviesa un conducto por unidad de tiempo. En el primer caso la razón de cambio recibe el nombre de caudal másico y en el segundo el de caudal volumétrico.

El caudal volumétrico a través de un conducto es igual a la rapidez con la cual pasa por el conducto multiplicada por el área transversal.

Existen muchas otras razones de cambio que se estudian en física tales como la longitud que se estira un resorte del que suspende un peso, el cambio de velocidad de un móvil con respecto al tiempo, la variación de la concentración de reactantes o productos en el transcurso de una reacción química con respecto al tiempo, la variación de la presión de un gas con respecto a la temperatura, El estudio de las particularidades de estas razones de cambio corresponde a las diversas formas de la física.

Una forma de visualizar de las relaciones entre dos variables y su razón de cambio consiste en realizar la gráfica de los valores experimentales de las dos variables que se analizan para lo cual se acude a una herramienta muy útil que consiste en la representación gráfica. Un breve repaso de las principales relaciones entre dos variables se presenta a continuación, le sugerimos que lea con atención y construya otras gráficas, tomando como referencia variaciones de algunas magnitudes físicas que Ud. pueda determinar ya sea en el trabajo, en la universidad o en su casa.

3.6 RELACIONES LINEALES

Cuando la razón de cambio entre dos variables es constante se establece una relación lineal entre ellas, su representación en un plano cartesiano corresponde a una línea recta y matemáticamente se expresa por una ecuación de primer orden de la forma

$$y = mx + b$$

donde m y b son constantes y representan respectivamente la pendiente de la recta y su intercepto con el eje "y".

La pendiente m es igual al cociente entre la variación de "y" y la variación de "x", tal como lo puede observar en la siguiente expresión:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Observe que la pendiente de la recta es equivalente a la razón de cambio ente "y" y "x".

Para determinar la pendiente a partir de la gráfica se deben seleccionar dos puntos de la recta que se encuentren tan separados como sea posible, entonces se calculan los cambios en "y" y en "x" y se establece el cociente entre ellos.

El intercepto b corresponde al valor de "y" cuando x = 0, o sea cuando la recta corta al eje "y".

Si se conocen la pendiente y el intercepto es posible trazar la recta teniendo como referencia el punto de corte y el ángulo que forma con la horizontal calculado a partir del arco tangente de la pendiente. También se puede trazar la recta uniendo el punto de corte con otro que se calcula de tal manera encuentre lo más alejado de él.

En física existen muchas relaciones lineales entre dos variables, por ejemplo, entre distancia recorrida y tiempo si la rapidez es constante, entre el volumen de una masa fija de un gas y la temperatura a presión constante, entre la masa de un cuerpo y la fuerza aplicada para producir una aceleración constante, entre la corriente que circula a través de una resistencia y el voltaje.

En el próximo taller Ud. encontrará ejercicios que le ayudarán a afianzar estos conceptos.

Para toda relación lineal entre dos variables se cumple que si se conoce la ecuación de la recta se la puede representar en forma gráfica y si se conoce la gráfica es posible deducir la ecuación de la recta.

3.7 RELACIONES CUADRÁTICAS

Son relaciones entre dos variables donde la razón de cambio varía gradualmente. El ejemplo ya presentado sobre la variación del área del círculo con respecto al radio ilustra muy bien este caso. Matemáticamente se representan por ecuaciones de segundo grado que tienen la siguiente expresión general

$$y = ax^2 + bx + c$$

Donde a, b y c son constantes.

Para realizar la gráfica correspondiente a una relación cuadrática entre dos variables, vamos a tomar como ejemplo la ecuación $y = 2x^2 + x + 5$ en el intervalo, x = -6 y x = +5.

Para graficar esta ecuación primero se debe construir una tabla de valores "x" con sus correspondientes valores de "y" para lo cual se seleccionan, en este caso, valores de "x" entre -6 y +5, se reemplazan cada uno de ellos en la ecuación y se determina el correspondiente valor de "y", por ejemplo, para $x = -6$

$$y = 2(-6)^2 + (-6) + 5 = 71$$

El par de valores (-6, 71) determinan un punto del plano cartesiano, de esta forma se calculan el resto de los valores y con ellos se construye la siguiente tabla.

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5

y	71	50	33	20	11	6	5	8	16	26	41	60

Al graficar los valores anteriores se obtienen puntos que al unirlos determinan la gráfica indicada en la figura 3-6 conocida parábola.

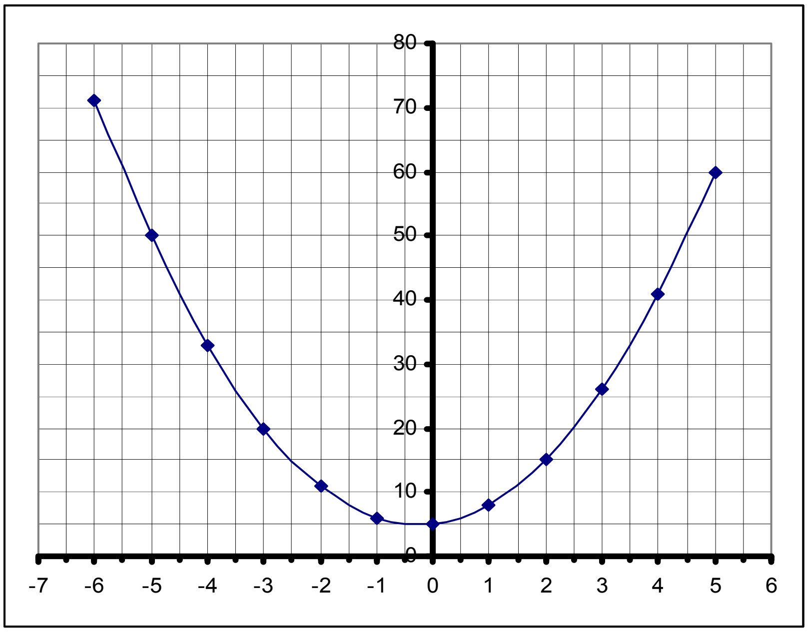


Figura 3-6 Relación cuadrática

Otros ejemplos de relaciones cuadráticas en física son la distancia recorrida con respecto al tiempo durante la caída libre de un cuerpo o la variación del caudal con respecto al diámetro de la tubería.

3.8 RELACIONES INVERSAS

Se presentan cuando la relación de cambio disminuye progresivamente y cumplen la siguiente relación matemática

$$y = \frac{k}{x}$$

donde k es una constante.

Muchas relaciones entre cantidades físicas presentan este comportamiento, por ejemplo, el volumen ocupado por una masa fija de un gas a temperatura constante es inversamente proporcional a la presión, significa que al aumentar la presión disminuye el volumen. La atracción entre dos cargas puntuales es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas. Su representación gráfica corresponde a una línea curva conocida como hipérbola.

Para realizar la gráfica de una relación inversa tomamos como ejemplo la ecuación

$$y = \frac{20}{x}$$

Es necesario primero establecer un intervalo para la variable independiente, por ejemplo, entre 1 y 20 y se calcula los valores de la variable dependiente con los cuales se construye la tabla de valores (x, y) como la que se indica a continuación

x	1,0	2,5	5,0	7,5	10,0	12,5	15,0	17,5	20,0
y	20,0	8,0	4,0	2,7	2,0	1,6	1,3	1,1	1,0

Al graficar se obtiene la curva mostrada en la figura 3-7.

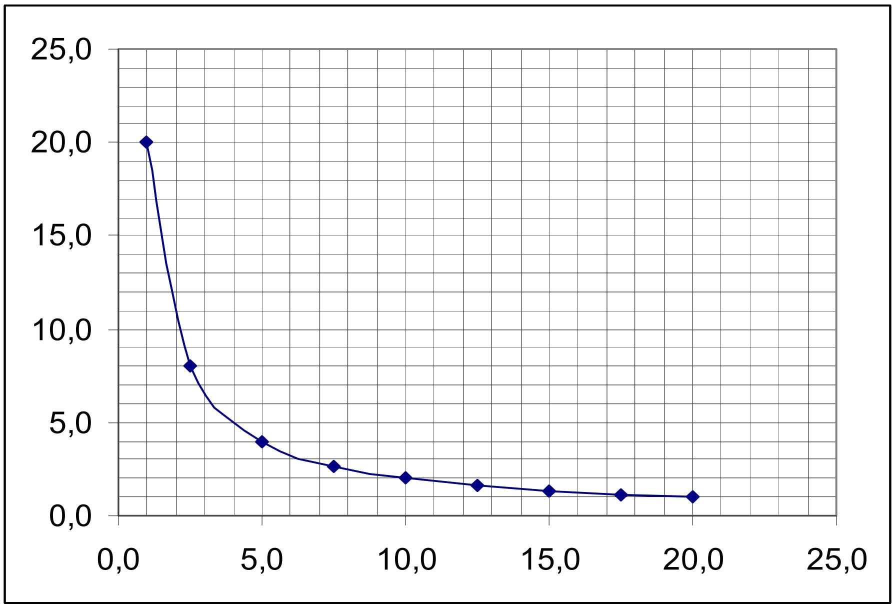


Figura 3-7 Relación Inversa

3.9 RELACIÓN EXPONENCIAL

Se presenta cuando la razón de cambio varía en progresión geométrica y se representan mediante ecuaciones matemáticas de la forma

$$y = a^x$$

Donde a es una constante.

La figura 3-8 muestra la gráfica correspondiente a la ecuación $y = 2^x$ para los valores que se indican en la siguiente tabla.

x	1	2	3	4	5
y	2	4	8	16	32

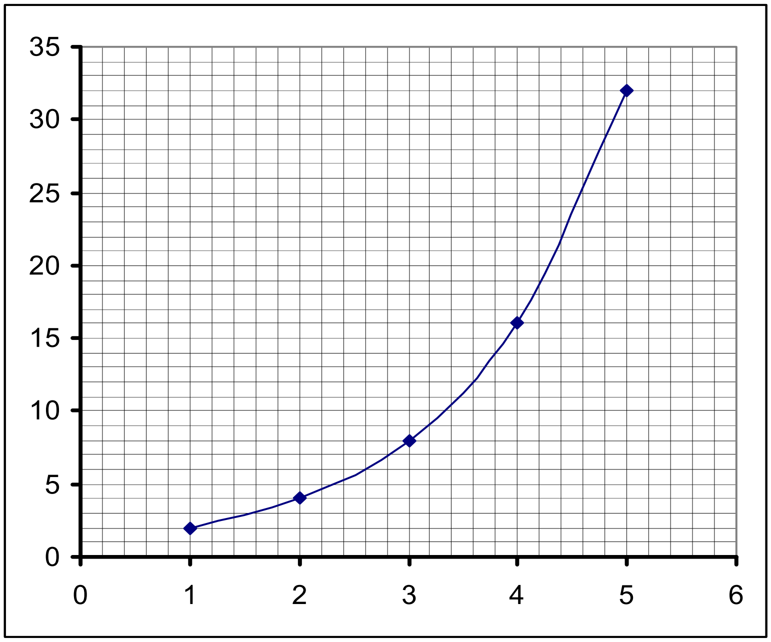


Figura 3-8 Relación exponencial

La figura 3-9 muestra la gráfica para la ecuación $y = 0{,}5^x$ según los valores indicados en la tabla siguiente

x	1	2	3	4	5
y	0,5	0,25	0,125	0,0625	0,03125

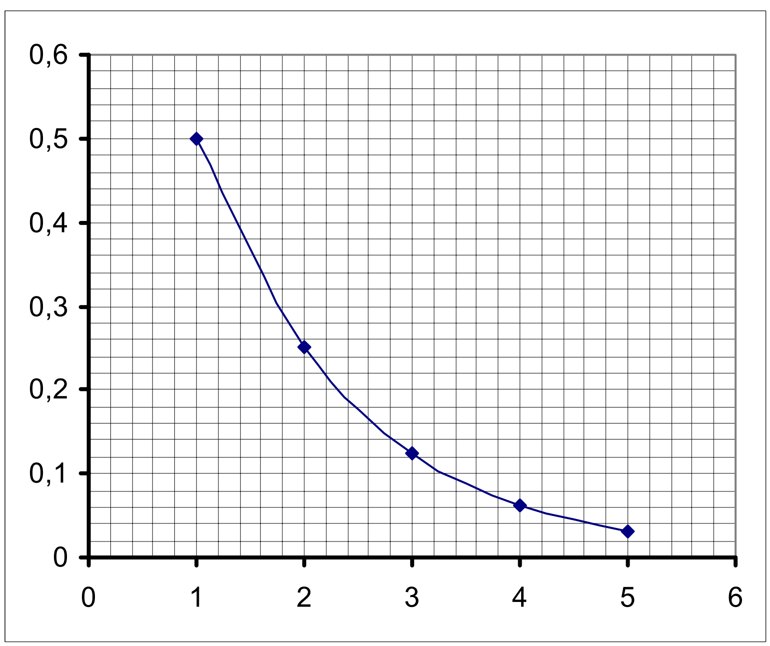


Figura 3-9

TALLER No 5. RAZONES DE CAMBIO Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA

OBJETIVOS

- ✓ Identificar en el contexto cotidiano del estudiante la existencia de razones de cambio.
- ✓ Aplicar el concepto de razón de cambio como medio para solucionar problemas de situaciones cotidiana relacionadas con la física
- ✓ Representar mediante gráficos de coordenadas cartesianas la relación entre dos variables.
- ✓ Deducir a partir de la interpretación de gráficos la relación entre dos variables.
- ✓ Adquirir habilidad en la elaboración de gráficas tanto en forma manual como con ayuda del computador.

METODOLOGÍA

Desarrolle en forma individual o en grupo cada uno de los puntos de este taller, socialice de con sus compañeros en la sesiones de tutoría, los resultados obtenidos.

1) Un estudiante de física, en el desarrollo de de su práctica de mediciones, realizó el siguiente procedimiento experimental: utilizando una balanza determinó en primer lugar la masa de un erlenmeyer vacío; luego midió con una probeta 20,0 mL de agua destilada, los llevó al erlenmeyer y volvió a nuevamente a utilizar la balanza para determinar su masa con el agua, midió nuevamente con la probeta otros 20,0 mL y repitió sucesivamente este procedimiento hasta que completó 100 mL. Los resultados se obtenidos se muestran el la siguiente tabla

Volumen (mL)	Masa (g)
0	45,0
20	65,1
40	85,0
60	104,9
80	125,1
100	145,0

Con los datos presentados construya una gráfica de masa contra volumen, qué tipo de gráfica resulta, ¿cuál es la razón de cambio? ¿Qué significado físico tiene la pendiente de la gráfica construida?

2) En un laboratorio de electricidad un grupo de estudiantes trata de comprobar la ley de Ohm, para lo cual utilizan una fuente de voltaje variable y determinan la intensidad de corriente que pasa a través de un circuito eléctrico para cada determinado voltaje. Los resultados que obtienen se presentan a continuación

Voltaje (Voltios)	Corriente (Amperios)
0,5	0,10
1	0,21
1,5	0,30
2	0,40
2,5	0,49
3	0,60
3,5	0,70
4	0,81

En este caso ¿cuál es la variable dependiente? ¿Cuál es la variable independiente? Realice la gráfica correspondiente, ¿qué relación hay entre estas variables?

3) Analice las siguientes tablas de datos, encuentre la razón de cambio, realice las gráficas correspondientes e indique que tipo de relación existe entre la variable dependiente y la variable independiente

a) Tabla 1

x	0	1	2	3	4	5
y	1	10	100	1000	10000	100000

b) Tabla 2

x	0	1	2	3	4	5
y	0	4	16	36	64	100

c) Tabla 3

x	0	1	2	3	4	5
y	5	9	13	17	21	25

d) Tabla 4

x	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
y	50,0	25,0	16,7	12,5	10,0

4) Con ayuda de un programa de computador para graficación de funciones o en forma manual realice las gráficas correspondientes a las siguientes funciones.

   a) $y = 3x^2 - 5x + 10$
   b) $y = 5x + 5$
   c) $y = \frac{4}{x}$
   d) $y = 10^x$

5) Consulte que tipos de instrumentos se utilizan para realizar mediciones de tiempo, longitud, masa, volumen de líquidos. Compare con sus compañeros las características de los instrumentos encontrados.

6) Proponga un experimento sencillo para determinar experimentalmente la razón de cambio entre dos variables.

7) Un motociclista avanza con rapidez promedio de 140 km/h ¿Qué distancia recorrerá en 5 minutos? Si parte de un sitio distante de otro a 350 km y lleva recorridos 280 ¿Cuánto tiempo necesita para terminar el recorrido?

8) Determine el tiempo que se gastaría en llenar hasta las tres cuartas partes de su capacidad, un tanque de 5m de diámetro y 4 m de altura, si la descarga sobre el tanque se realiza a razón de 60 GPM.

9) Frente a un semáforo en verde pasa un carro a 45 km/h, 5 segundos más tarde pasa otro a 70 km/h. Determine a que distancia del semáforo y en que tiempo el segundo carro alcanza al primero.

10) La posición de una partícula está descrita mediante la ecuación $y = 2t + 6$. Donde *"y"* representa la distancia en metros y *t* el tiempo en segundos. Determine la posición de la partícula después de 20 minutos. ¿Qué tiempo se necesitará para que la partícula se encuentre a 3,0 km de su posición inicial?

AUTOEVALUACIÓN No 3

1. Con sus propias palabras construya una definición para razón de cambio.

2. Nombre por lo menos cuatro expresiones usadas en el lenguaje cotidiano asociadas a razones de cambio

3. Un estudiante de física pretende estudiar el comportamiento de un resorte a diferentes fuerzas. Para ello coloca el resorte en un soporte de tal manera que un extremo quede fijo y del otro se colocan sucesivamente una serie de pesas cada vez de mayor peso y en cada caso determina la longitud alcanzada por el resorte. En este caso ¿cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente.

4. ¿Qué tipo de relación existe entre dos variables si su razón de cambio es constante?

5. ¿Qué significado tendría que la razón de cambio entre dos variables sea cero?

6. Si la distancia en metros recorrida por una partícula en función del tiempo en segundos tiene la siguiente expresión $d(t) = 5 + 2t + t^2$. Determine la razón de cambio promedio entre
   a. los primeros 5 segundos
   b. los 5 y los 10 segundos
   c. los 10 y los 15 segundos
   d. los 15 y los 20 segundos

   ¿Qué concluye con respecto a la razón de cambio entre estas variables?

7. Realice la gráfica para la relación entre distancia y tiempo del ejercicio anterior

8. ¿Qué características tiene una relación exponencial entre dos variables?

9. Si el producto de dos variables, *u.v,* es igual a una constante, *k,* ¿qué relación existe entre ellas? ¿Cuál sería su representación gráfica?

10. En la figura 3-10 se muestran las gráficas de diferentes relaciones entre dos variables, indique el tipo de relación y su correspondiente ecuación.

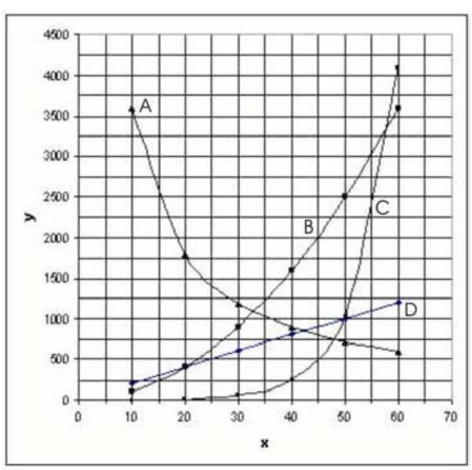


Figura 3-10 Gráficas de diferentes funciones

CAPÍTULO 4 MOVIMIENTO Y FUERZA

Logros

El estudiante, luego de realizar las actividades de aprendizaje sugeridas:

- ✓ Identificará por sus características las diferentes clases de movimientos
- ✓ Manejará los conceptos desplazamiento, velocidad y aceleración
- ✓ Trazará e interpretará gráficas de velocidad contra tiempo
- ✓ Resolverá problemas relacionados con el movimiento
- ✓ Establecerá el concepto de fuerza e identificará las principales fuerzas de la naturaleza.
- ✓ Analizará situaciones de la vida cotidiana donde el conocimiento de las leyes relacionadas con el movimiento y fuerzas permiten dar solución a problemas concretos.

Indicadores de logro

- ✓ Da ejemplos de las diversas clases de movimientos
- ✓ Soluciona problemas relacionados con el movimiento en una sola dimensión
- ✓ Encuentra la resultante de un sistema de fuerzas
- ✓ Explica las leyes de Newton

4.1 INTRODUCCIÓN

El propósito de este núcleo temático es el de afianzar conceptos y resolver en forma razonada problemas relacionados con desplazamiento, velocidad, aceleración y fuerza que permitan al estudiante construir un puente conceptual entre los conocimientos del bachillerato y los estudios que debe emprender a nivel universitario.

Una preocupación constante de la humanidad ha sido el estudio del movimiento, sabemos hoy en día que moverse o estar en reposo es una cuestión completamente relativa. Una persona que viaja en un avión puede en determinados momentos, cuando se alcanza una velocidad uniforme, sentir que se encuentra en reposo al igual que todos los elementos que le rodean, puede tranquilamente disfrutar de un buen tinto o su bebida preferida, desde el interior del avión no se puede apreciar que los asientos, las otras personas, los periódicos, las revistas, se encuentran desplazándose con igual velocidad que el observador. Por eso es necesario siempre establecer un punto de referencia para conocer con respecto a que nos encontramos en reposo o con respecto a que nos movemos. En el capítulo anterior se estudió la rapidez como la razón de cambio entre la distancia recorrida y el tiempo gastado, es forma de describir en forma preliminar el movimiento de un cuerpo, pero la sola rapidez no nos proporciona toda la información deseable sobre el movimiento para ello debemos acudir a nuevos conceptos como los de desplazamiento, velocidad o aceleración. Cuando se habla de posición, desplazamiento, velocidad o aceleración nos referimos no solamente a la magnitud sino también a una determinada dirección. Entonces todas ellas son cantidades vectoriales caracterizadas por su magnitud y una dirección específica.

Con esta aclaración podemos avanzar en la construcción y articulación de nuevos conceptos que nos permitan ir generando herramientas para resolver problemas de la vida cotidiana, la ciencia y la tecnología relacionados con el movimiento de los cuerpos.
El estudio del movimiento lo asumiremos desde los conceptos más simples hasta los más complejos. Comenzaremos por el movimiento uniforme, uniformemente variado, movimiento en dos dimensiones, movimiento circular uniforme, movimiento armónico simple.

4.2 DISTANCIA Y DESPLAZAMIENTO

En física es necesario dar el significado preciso a estas palabras que se utilizan para describir movimientos aunque en la vida cotidiana su diferenciación no tenga mayor importancia y muchas veces se tomen como sinónimos. La distancia es simplemente la longitud que hay entre dos puntos en cambio el desplazamiento está asociado al cambio de posición e indica no solo la longitud recorrida sino también la dirección en la cual se realiza tal desplazamiento. Las unidades tanto para distancia como para desplazamiento corresponden a unidades de longitud.

Para hablar, en física de la posición de un objeto, se debe establecer un punto de referencia, cuando nos referimos solamente a la distancia no se necesita ningún punto de referencia.

Por ejemplo observe figura 4-1 y trate de contestar estas preguntas: ¿Cuál es la posición del hombre? ¿Cuál es la posición del gato o del árbol? ¿A que distancia se encuentra el hombre del gato? ¿Cuál es la distancia entre el obelisco y el árbol?

Las primeras preguntas no tienen respuesta si no se indica la referencia con la cual se quiere ubicar la posición. En este ejemplo podría especificarse como punto de referencia el obelisco, el árbol o cualquier otro punto que se fije en forma arbitraria. Si se toma como referencia el obelisco, tanto el hombre como el gato se encuentran a la derecha a 30 y 80 metros respectivamente, pero si la referencia que se establece es el árbol el hombre se encontrará a 30 metros a la izquierda y el gato a 20 a la derecha. Las posiciones a la derecha se toman como positivas y las posiciones a la izquierda del punto de referencia son negativas.

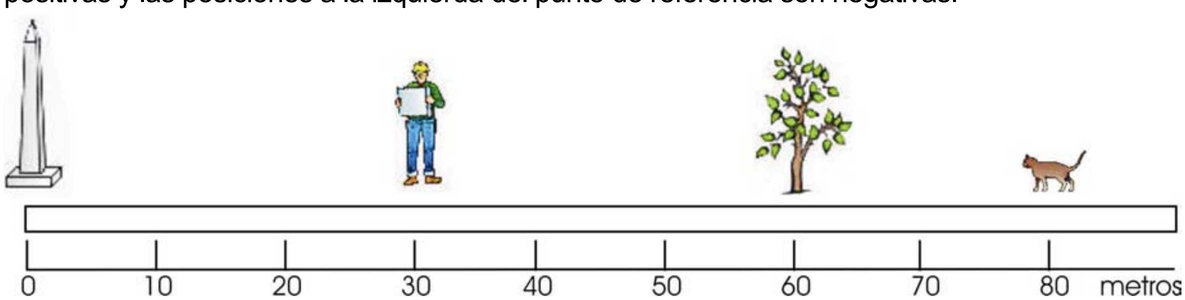


Figura 4-1 La posición depende del punto de referencia

De lo expresado anteriormente se pude deducir que la distancia se describe por un número y la unidad de medida correspondiente en cambio para la posición o el desplazamiento es necesario además utilizar un signo ya se positivo o negativo para indicar la dirección.

4.3 RAPIDEZ Y VELOCIDAD

Como en el caso anterior comúnmente estas palabras se usan como sinónimos, en física sin embargo tienen significados diferentes, la rapidez corresponde al cambio de la distancia por unidad de tiempo, y la velocidad es el cambio de posición con respecto al tiempo, es decir que además de la magnitud la velocidad tiene un signo, una dirección. Si bien ambas tienen unidades de longitud sobre tiempo, la rapidez es una cantidad escalar mientras que la velocidad es vectorial.

4.4 MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME

El movimiento uniforme se presenta cuando un cuerpo se desplaza en línea recta con velocidad constante en una determinada dirección. Es el movimiento más sencillo de interpretar y describir matemáticamente.

La figura 4-2 ilustra un ejemplo de este tipo de movimiento, en el dibujo se observa que cada segundo, el vehículo avanza una determinada distancia d_1, d_2, d_3, …también se aprecia que

$$d_1 = d_2 = d_3 = d_4 = d_5$$

Por lo que se concluye que el auto se mueve con velocidad constante, es decir el auto cambia de posición en forma uniforme al avanzar el tiempo. Dada esta característica se establece una relación lineal entre el cambio de posición y el tiempo y además esta relación matemáticamente se representa por una ecuación de primer grado.

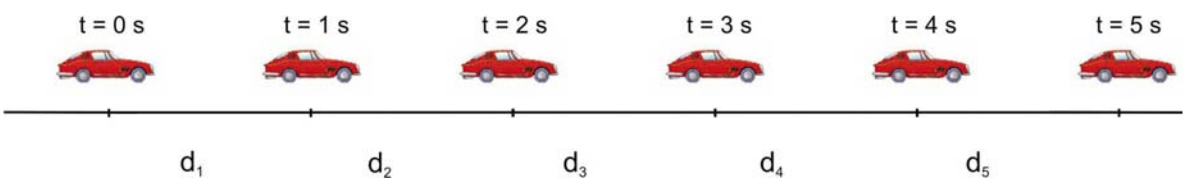


Figura 4-2 Movimiento rectilíneo uniforme

En forma general, el movimiento uniforme, se describe matemáticamente mediante una ecuación que tiene la siguiente forma:

$$x(t) = x_0 + vt$$

Donde $x(t)$ = función de posición con respecto al tiempo
x_o = posición inicial
v = velocidad y
t = tiempo.

Como recordará del capítulo anterior, la representación gráficas de x contra t para esta ecuación, es una línea recta donde la velocidad v corresponde a la pendiente y la posición inicial, x_o, representa la intersección con el eje vertical.

Esta sencilla ecuación de primer grado permite calcular para cada instante la posición de un objeto con respecto a un punto de referencia, determinar el tiempo necesario para alcanzar una nueva posición o también calcular la velocidad. Para cada caso simplemente debe despejar la incógnita que se busca.

La figura 4-3 muestra la gráfica de x contra t correspondiente a una línea recta que corta al eje vertical en un punto determinado. Si x es una función de posición y t el tempo, del análisis de la gráfica se pude deducir la ecuación correspondiente. ¿Cuál será el valor de x_o? ¿Cuál será el valor de la pendiente? Para responder a la primera pregunta Ud. debe leer el valor de la coordenada en el punto donde se presenta la intersección de la recta con el eje vertical. Fíjese que dada una de las divisiones más pequeñas equivale a 5 unidades, es decir 5 metros. Por lo tanto el punto de intersección correspondiente a la posición inicial es de 10 metros.

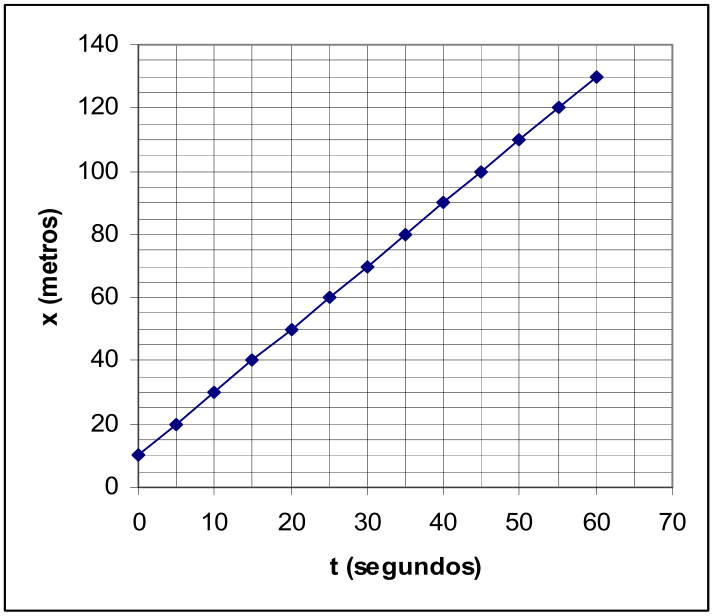


Figura 4-3 Representación gráfica del movimiento rectilíneo uniforme

Para determinar la pendiente, es decir la velocidad, selecciones dos puntos cualesquiera que se encuentren alejados entre sí, por ejemplo puede seleccionar el segundo y el último de los puntos, se leen los valores, se establecen las diferencias y se calcula la relación $\frac{\Delta x}{\Delta t}$. De tal manera que:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{130 \ m - 20 \ m}{(60 \ s - 5 \ s)} = 2 \ m/s$$

Seleccione cualquier otro par de puntos y compruebe que el resultado para la pendiente siempre será el mismo ya que obviamente se trata de una relación lineal.

Del análisis realizado se concluye que la ecuación correspondiente a la recta de la figura 4-3 es:

$$x = 10 + 2t$$

Las gráficas como ya se ha dicho constituyen una herramienta para la interpretación y el estudio del movimiento de un cuerpo, en el siguiente ejemplo se ilustra esta afirmación.

Ejemplo 4-1
En la figura 4-4 se presenta una gráfica donde se describe la posición de un objeto móvil al transcurrir el tiempo. El eje vertical representa distancias en metros y el eje horizontal el tiempo en segundos. ¿Qué tipo de movimiento se da en cada uno de los tramos de líneas rectas que se muestran en la gráfica? ¿Cómo describiría en palabras el movimiento ilustrado en la gráfica?

A partir de la información de la gráfica determine:

a. La distancia recorrida en cada tramo
b. El desplazamiento y la distancia recorrida al transcurrir un minuto
c. La velocidad en cada tramo
d. La posición del vehículo para un tiempo de 28,7 segundos
e. El desplazamiento correspondiente al punto E
f. El tiempo para el cual el móvil pasa en segunda oportunidad por el punto de referencia.

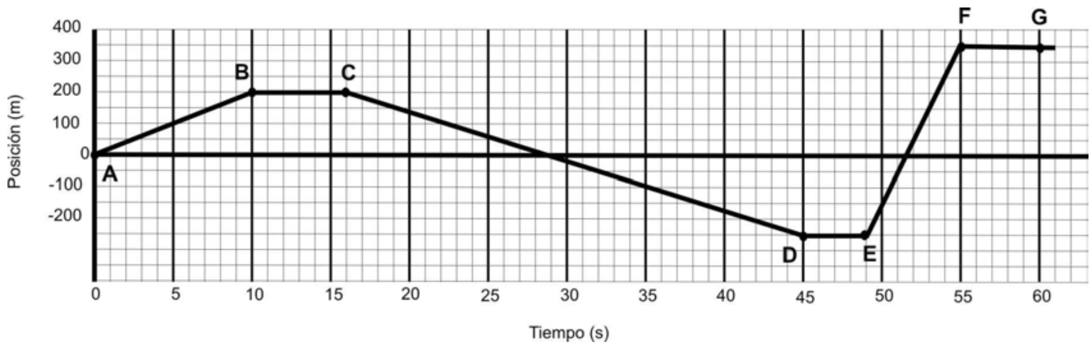


Figura 4-4 Posición contra tiempo

Solución:

Para responder a la primera pregunta diremos que el móvil parte del punto A desde donde se comienza a contar el tiempo y empieza su movimiento en línea recta. Luego durante el tramo AB, se mueve con velocidad constante ya que la distancia cambia uniformemente con el tiempo. Al llegar al punto B la pendiente de la línea toma el valor de cero es decir no hay cambio en la distancia, lo que significa que el móvil se encuentra en reposo, luego la distancia con respecto al origen comienza a disminuir en forma constante, lo que significa que el vehículo se mueve con velocidad negativa de tal manera que vuelve a pasar por el origen y se aleja de él en dirección opuesta hasta alcanzar el punto D donde nuevamente el vehículo se detiene por el tiempo indicado por el tramo DE; luego de lo cual vuelve a moverse en la dirección inicial con velocidad constante, hasta alcanzar el punto F donde de nuevo el vehículo se detiene.

Los tramos BC, DE y FG corresponden a intervalos de tiempo en los cuales el vehículo se encuentra en reposo. En los intervalos AB y EF las velocidades determinadas por las pendientes de las rectas son positivas, siendo la velocidad en el tramo EF mayor que la velocidad en el tramo AB. La velocidad en el tramo CD es negativa como se observa por la pendiente de la recta CD.

a) La distancia recorrida en cada uno de los tramos se obtiene mediante el valor absoluto de la diferencia entre las coordenadas de *x(t)*. Entonces las distancias para los deferentes tramos son las siguientes:

Tramo AB $\Delta x = |(200-0)|\ m = 200\ m$

Tramo BC $\Delta x = |(200-200)|\ m = 0\ m$

Tramo CD $\Delta x = |(-250-200)|\ m = |-450|\ m = 450\ m$

Tramo DE $\Delta x = |(-250-(-250)|\ m = 0\ m$

Tramo EF $\Delta x = |(350-(-250)|\ m = 600\ m$

Tramo FG $\Delta x = \left|(250-250)\right| \ m = 0 \ m$

b) Como el desplazamiento es una cantidad vectorial para calcularlo sumamos los anteriores resultados considerando el signo, entonces

Desplazamiento = $(200+(-250)+450) \ m = 350 \ m$ en la dirección positiva.

La distancia recorrida corresponde a la suma de los valores absolutos = 1.250 m

c) La velocidad en cada tramo se calcula determinado el valor de la pendiente

Para el tramo AB $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{(200-0)m}{(10-0)s} = 20 \ m/s$

Para el tramo CD $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{(-250-200)m}{(45-16)s} = -15{,}5 \ m/s$

Para el tramo EF $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{(350-(-250))m}{(55-49)s} = 100 \ m/s$

Observe la relación que existe entre la inclinación de las rectas y los valores de la velocidad

d) A los 28,7 segundos el móvil se encuentra nuevamente en la posición inicial, luego en este instante el desplazamiento es cero.

e) Corresponde a la suma vectorial de los desplazamientos AB y CD = (200+ (-450)) m. Entonces el desplazamiento es de -250 m.

f) El tiempo está determinado por el punto de corte de la recta EF el eje de tiempo, en la gráfica, este punto corresponde a 51,5 s.

Otra situación interesente de considerar es la correspondiente al movimiento de dos o más móviles que se desplazan a distintas velocidades. Para este caso las preguntas que surgen son varias, por ejemplo si los móviles pasan a diferentes velocidades por un mismo punto de referencia en un determinado tiempo ¿cuál será la distancia entre ellos luego de algún intervalo de tiempo? ¿Con qué tiempo de diferencia llegarán a otro sitio? Si los móviles pasan por el punto de referencia de acuerdo al orden creciente de sus velocidades, a ¿qué tiempo los más rápidos alcanzarán a los más lentos?, en ese instante ¿cuál será la distancia con respecto al punto de referencia inicial? En los ejemplos siguientes se ilustrarán algunos de estos casos, otros se dejarán para el desarrollo en los talleres.

Ejemplo 4-2

Cuando un semáforo se encuentra en verde un observador junto a él ve pasar una vehículo a 36 km/h, 10 segundos más tarde pasa otro 72 km/h y 15 segundos después pasa otro a 90 km/h. ¿A qué distancia del semáforo y a que tiempo después de pasar el último vehículo por el semáforo, el segundo alcanza al primero? ¿A que distancias y a que tiempos el tercero alcanzará a los otros dos? Resuelva el problema en forma analítica y en forma gráfica.

Solución analítica:

En primer lugar para tener consistencia en las unidades, expresemos las velocidades en m/s

$$36\frac{km}{h}(\frac{1.000\ \ m}{1\ \ km})(\frac{1\ \ h}{3.600\ \ s}) = 10\ \ m/s$$

$$72\frac{km}{h}(\frac{1.000\ \ m}{1\ \ km})(\frac{1\ \ h}{3.600\ \ s}) = 20\ \ m/s$$

$$90\frac{km}{h}(\frac{1.000\ \ m}{1\ \ km})(\frac{1\ \ h}{3.600\ \ s}) = 25\ \ m/s$$

Como la velocidad de cada uno de los vehículos es constante, su movimiento se describe por una ecuación de primer orden, de la distancia en función del tiempo. Si se toma como referencia el tiempo cuando el tercer vehículo pasa por el semáforo tendremos las siguientes situaciones.

En este instante el primer vehículo se encontrará a $10(\frac{m}{s})(15\ \ s) = 150\ \ m$ por lo tanto la ecuación que describe su movimiento es: $x_1 = 150 + 10t$

El segundo vehículo en ese instante llevará recorrido $20(\frac{m}{s})(5\ \ s) = 100\ \ m$ por lo que la ecuación de distancia en función del tiempo es: $x_2 = 100 + 20t$

Finalmente la ecuación que describe el movimiento del tercer vehículo es: $x_3 = 25t$

Cuando el segundo vehículo alcanza al primero se cumple la condición de que $x_1 = x_2$, por lo tanto

$$150 + 10t = 100 + 20t$$

al simplificar

$$t = 5\ \ s$$

La distancia se calcula ya sea determinando el valor de x_1 o determinando el valor de x_2, como se muestra a continuación:

$$x_1 = 150 + 10(\frac{m}{s})(5\ \ s) = 200\ \ m$$

$$x_2 = 100 + 20(\frac{m}{s})(5\ \ s) = 200\ \ m$$

Cuando el tercer vehículo alcanza al primero se cumple la condición de que $x_1 = x_3$, por lo tanto

$$150 + 10t = 25t$$

al simplificar

$$t = 10\ \ s$$

La distancia se calcula, como en el caso anterior, ya sea determinando el valor de x_1 o determinando el valor de x_3,.

$$x_1 = 150 + 10(\frac{m}{s})(10\ \ s) = 250\ \ m$$

Finalmente cuando el tercer vehículo alcanza al segundo se cumple la condición de que

$x_2 = x_3$, por lo tanto

$$100 + 20t = 25t$$

al simplificar

$$t = 20 \ \ s$$

La distancia se calcula determinando el valor de x_2 o determinando el valor de x_3,.

$$x_2 = 100 + 20(\frac{m}{s})(20 \ \ s) = 500 \ \ m$$

Solución gráfica:

Al representar gráficamente las ecuaciones del movimiento de los tres vehículos, los puntos de intersección de las líneas, corresponde a los tiempos y las distancias que se preguntan en el problema.

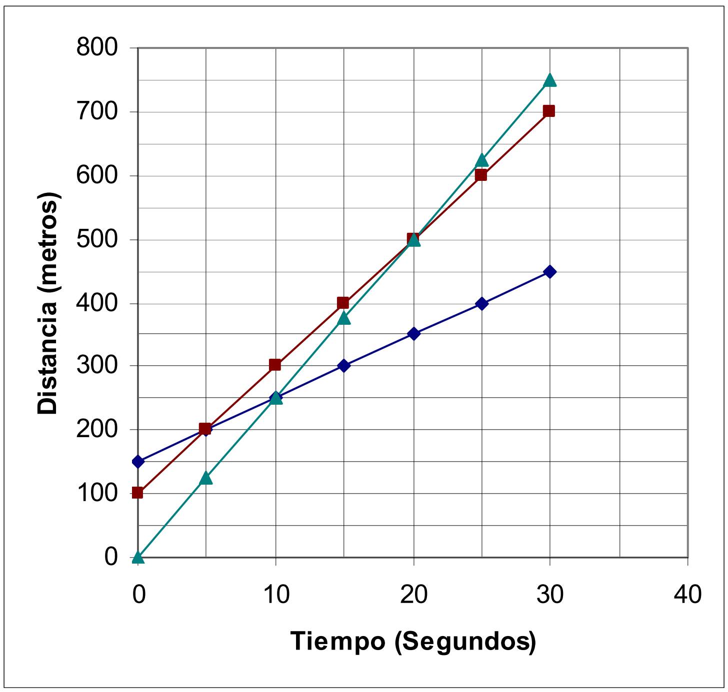


Figura 4-5 Solución gráfica al ejemplo 4-2

¿Qué puede concluir del caso anterior? En su cuaderno de trabajo, escriba algunos comentarios al respecto. Estos conceptos debieron estudiarse en el bachillerato ¿los recuerda? Si no es así debe ser más cuidadoso con la integración de los nuevos conocimientos a su quehacer cotidiano. El siguientes ejemplo también es una aplicación del movimiento uniforme y también se manejan la solución analítica donde se plantean las ecuaciones para el movimiento y la solución gráfica que corresponde a la representación e interpretación de esas ecuaciones en un plano cartesiano apropiado.

Ejemplo 4-3

Dos autos A y B con velocidades constantes de 60 y 90 km/h respectivamente pasan en el mismo instante por dos ciudades diferentes que distan 240 km entre sí. Si los autos se desplazan en un sentido tal que tienden a encontrarse ¿a qué distancia de cada una de las ciudades los vehículos se cruzarán? ¿Cual será el tiempo gastado?

Solución analítica:

Tomemos como punto de referencia la ciudad por donde pasa el auto A de tal manera que si el tiempo se expresa en horas la el movimiento del auto A se describe por la ecuación $x = 60t$ mientras que la ecuación para el auto B, como tiene movimiento en sentido opuesto, es $x = 240 - 90t$. Cuando los dos autos se cruzan se encuentran en la misma posición con respecto al punto de referencia, por lo tanto, en este punto se deben cumplir las dos ecuaciones que al igualarlas se obtiene el tiempo para ese instante:

$$60t = 240 - 90t \qquad \Rightarrow \qquad t = 1{,}6 \ \ h$$

La distancia con respecta a la ciudad A es $x = 60(\frac{kn}{h})(1{,}6 \ \ h) = 96 \ \ km$ y con respecto a la ciudad B es $(240\ km - 96\ km) = 144\ km$

Solución gráfica

El punto de intersección de las rectas correspondientes a las ecuaciones de los autos indica la distancia a la cual se encuentran del punto de referencia.

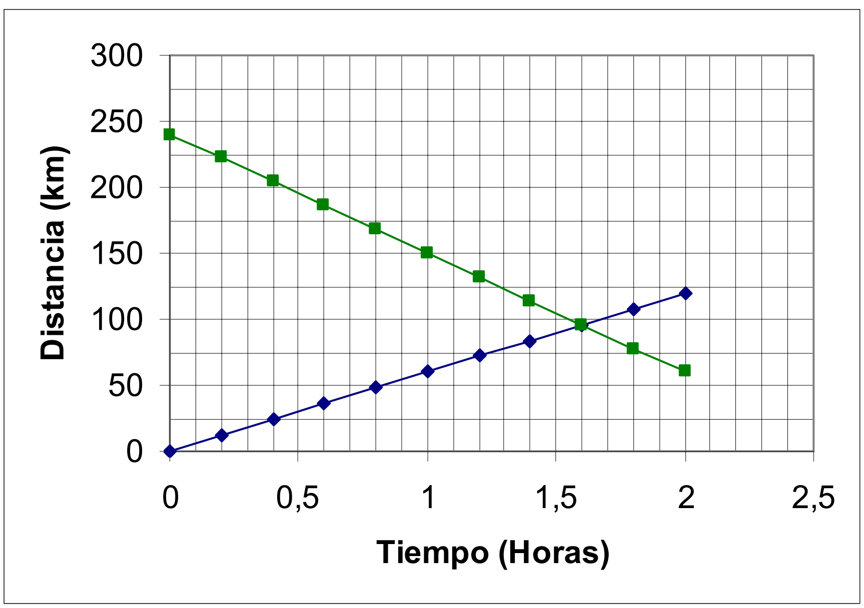


Figura 4-6 Solución gráfica al ejemplo 4-3

4.5 Movimiento uniformemente acelerado

Cuando la velocidad de un móvil aumenta proporcionalmente con el tiempo se dice que se mueve con movimiento uniformemente acelerado. En general a la razón de cambio de la velocidad con respecto al tiempo se le conoce como aceleración y se la representa por medio de la letra "*a*". Matemáticamente, esta definición se puede resumir en la siguiente ecuación:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Donde a = aceleración
Δv = cambio de velocidad
Δt = intervalo de tiempo

A su vez $\Delta v = v_f - v_i$ y $\Delta t = t_f - t_i$ Siendo v_f la velocidad final y v_i la velocidad inicial. Si se registra el tiempo desde el instante en que empieza el movimiento, el tiempo inicial es cero y, "delta t", simplemente será igual a t.

Remplazando en la ecuación de aceleración se obtiene la ecuación que permite determinar la velocidad del móvil en función del tiempo.

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} \quad \Rightarrow \quad at = v_f - v_i \quad \Rightarrow \quad v_f = v_i + at$$

En la ecuación anterior la velocidad inicial y la aceleración son constantes, de tal manera que la representación gráfica de velocidad contra tiempo corresponde a una línea recta donde la intersección con el eje de velocidad representa la velocidad inicial y la pendiente de la recta es la aceleración. La figura 4-7 es una representación de una ecuación de este tipo. Utilizando la información que presenta el gráfico indique ¿cuál es la velocidad inicial del móvil? ¿Cuál es su aceleración?

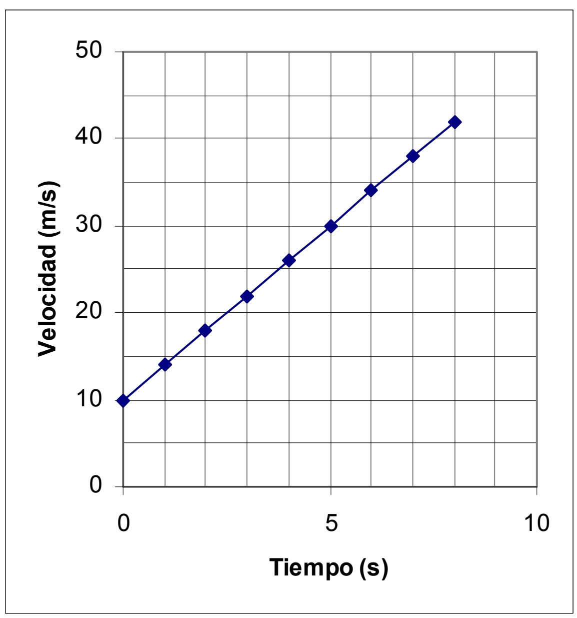


Figura 4-7 Gráfica de velocidad contra tiempo para movimiento uniformemente acelerado.

Durante el movimiento uniformemente acelerado la velocidad cambia de un instante a otro por lo que se hace necesario para un intervalo de tiempo determinado definir el concepto de ***velocidad media***.

La velocidad media se representa por $\bar{v}$ y se define de dos formas ya sea en función de la distancia recorrida y el tiempo gastado o en función de la velocidad inicial y la velocidad final. De esta forma

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_i}{t - t_i} \qquad \text{o también} \qquad \bar{v} = \frac{(v_i + v_f)}{2}$$

Si $t_i = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta t = t$ y por tanto $\bar{v} = \dfrac{x - x_i}{t} \quad \Rightarrow \quad x = x_i + (\bar{v})t$

Si en la última ecuación se remplaza en valor de la velocidad media se obtiene la siguiente expresión:

$$x = x_i + (\frac{v_i + v_f}{2})t$$

Y si en la ecuación anterior se remplaza la velocidad final en función de la velocidad inicial, la aceleración y el tiempo se obtiene:

$$x = x_i + (\frac{v_i + (v_i + at)}{2})t \quad \Rightarrow \quad x = x_i + v_i t + \frac{at^2}{2}$$

Esta última ecuación describe la posición de un cuerpo que tiene movimiento uniformemente acelerado en función de la posición (x_i), la velocidad inicial (v_i), la aceleración (a) y tiempo (t). Como Ud. puede darse cuenta esta es una ecuación cuadrática y su representación en una gráfica de posición contra tiempo, corresponde a la sección positiva de una parábola. Su representación, para el caso específico donde la posición inicial, la velocidad inicial y la aceleración son respectivamente 10 m, 2 m/s y 5 m/s^2, se puede observar en la figura 4-8.

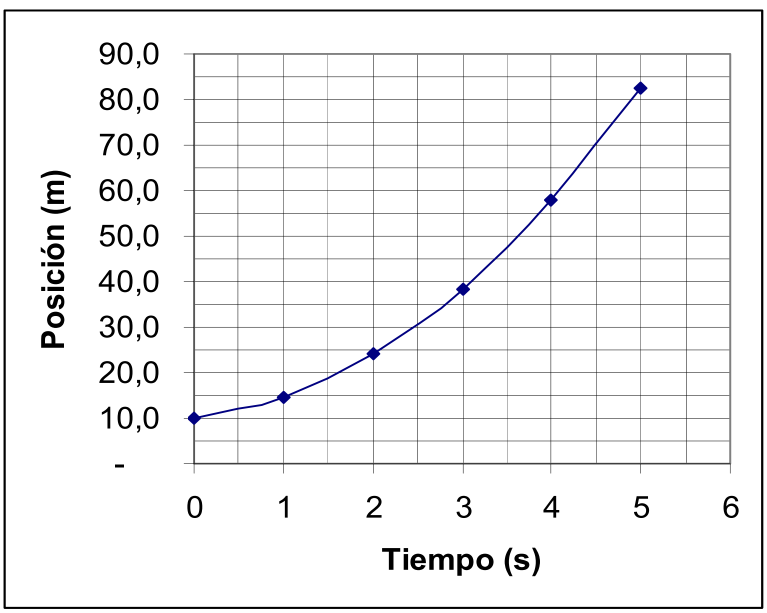


Figura 4-8 Gráfica de posición contra tiempo para El movimiento uniformemente acelerado

Las anteriores ecuaciones establecen relaciones matemáticas entre el desplazamiento, la velocidad y la aceleración de un cuerpo en movimiento y al igual que las gráficas se constituyen valiosas herramienta para el análisis y la solución de problemas.

4.6 GRÁFICAS DE VELOCIDAD CONTRA TIEMPO

Al graficar la velocidad contra el tiempo resultan diferentes tipos de gráficas de acuerdo con la clase de movimiento. El caso más sencillo se presenta cuando la velocidad es constante ya que la línea que representa esta condición es una línea recta de pendiente cero y por tanto paralela al eje del tiempo, como se ilustra en la gráfica de la figura 4-9. Allí claramente se observa el segmento de recta AB, el cual representa el movimiento realizado por un móvil entre 1 y 6 segundos a velocidad constante de 10 m/s.

La información que brinda este tipo de gráficas es muy útil, por ejemplo, la línea recta horizontal, indica que se trata de un movimiento rectilíneo uniforme. Ahora si calculamos el área bajo el segmento de recta AB, es decir, el área rectángulo delimitado por las coordenadas de tiempo 1 y 6, la recta AB que corresponde a la coordenada de velocidad de 10 m/s y por el eje de tiempo, observaremos que este resultado es igual al desplazamiento, debido a que la base del rectángulo es el intervalo de tiempo Δt y la altura es la velocidad y el producto de velocidad por intervalo de tiempo es igual al desplazamiento, Δx..

El desplazamiento o cambio de posición en este tipo de movimiento, como ya se estudió, se determina a partir de la definición de velocidad, de donde se despeja Δx , como se indica a continuación.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta x = v\Delta t$$

En conclusión el área bajo la línea que define la función de velocidad contra el tiempo es igual al desplazamiento del objeto móvil.

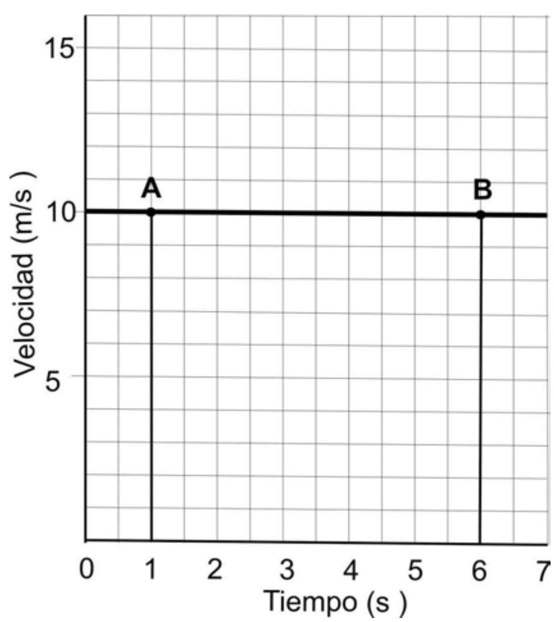


Figura 4-9 Velocidad constante

En el caso específico del movimiento ilustrado por el segmento de recta AB, durante el intervalo de tiempo entre 1 y 6 segundos, el desplazamiento es igual a:

$$\Delta x = 10(m/s)(6\ \ s - 1\ \ s) = 50\ \ m$$

Para el ***movimiento uniformemente acelerado***, la gráfica de velocidad contra tiempo corresponde a una recta cuya pendiente es igual a la aceleración y como intersección con el eje de velocidad, la velocidad inicial, tal como se deduce de la ecuación que describe este tipo de movimiento

$$v_f = v_i + at$$

La figura 4-10 muestra la gráfica de velocidad contra tiempo para un objeto que remueve con aceleración constante. El desplazamiento entonces se calcula por el área bajo el segmento de recta AB. En este caso corresponde a dos figuras geométricas, el triángulo de base t y altura igual a $(v_f - v_i)$ y el rectángulo de base t y altura v_i. Entonces, el desplazamiento será igual a la suma de estas dos áreas, como se muestra en seguida.

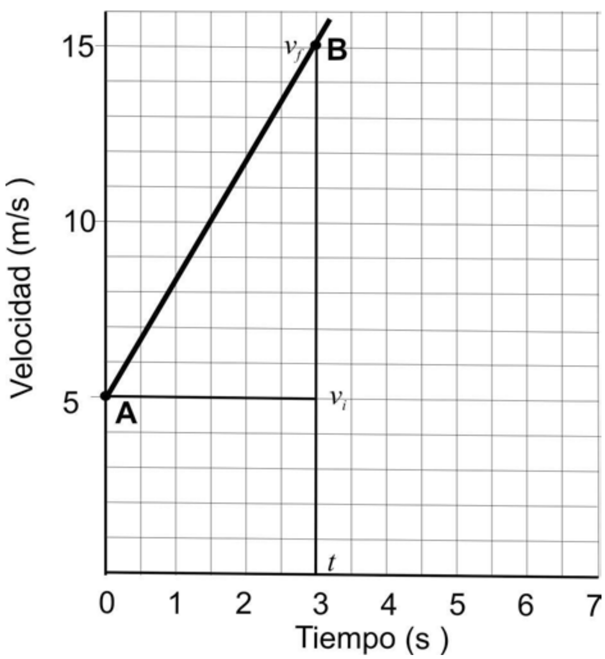


Figura 4-10 Gráfica de velocidad contra el tiempo para el movimiento uniformemente acelerado

$$\Delta x = A_{triángulo} + A_{rectángulo}$$

$$A_{triángulo} = \frac{(v_f - v_i)\Delta t}{2} \quad \text{si} \quad t_i = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta t = 0 \text{ por lo tanto}$$

$$A_{triángulo} = \frac{(v_f - v_i)t}{2} \quad \text{y} \quad A_{rectángulo} = v_i t$$

Entonces $$\Delta x = \frac{(v_f - v_i)t}{2} + v_i t \quad \Rightarrow \quad \Delta x = (\frac{v_f + v_i}{2})t$$

Recuerde que el término entre paréntesis representa la velocidad media, si en esta ecuación se replaza la velocidad final en función de la aceleración se obtiene la ecuación ya estudiada de la posición en función de la velocidad inicial, aceleración y tiempo.

$$\Delta x = v_i t + \frac{at^2}{2}$$

Ejemplo 4-4

En las ciudades las personas frecuentemente se desplazan en vehículos que parten de reposo, aceleran hasta alcanzar una determinada velocidad, la cual por algún tiempo se mantiene constante, luego aumenta o la disminuye dependiendo de las condiciones de circulación, hasta que finalmente se detienen. Nos podríamos preguntar ¿qué tipo de movimientos realizan los vehículos? ¿Cómo describirlos matemáticamente? ¿Qué utilidad tiene conocer o determinar el tipo de movimiento? Las respuestas a estos interrogantes las encontramos graficando la velocidad del vehículo contra el tiempo e interpretando la gráfica resultante.

Con la información suministrada en la gráfica de velocidad de un auto contra tiempo mostrada en la figura 4-11, identifique el tipo de movimiento y calcule el desplazamiento, la velocidad y aceleración en cada tramo.

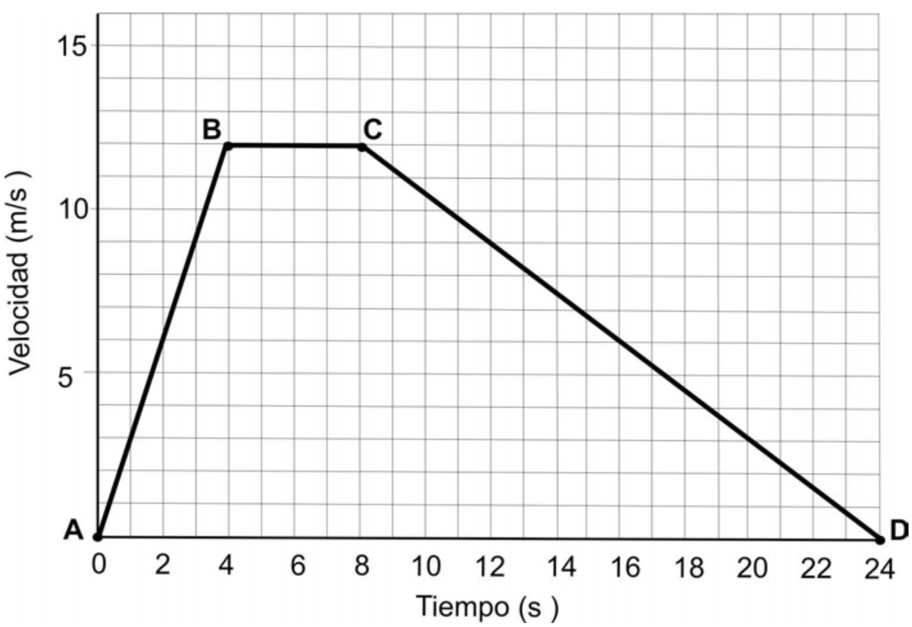


Figura 4-11 Velocidad de un auto contra el tiempo

Solución:

Para comenzar a realizar el análisis de los diferentes movimientos que realiza el auto debe, en primer lugar, observar la particularidad de cada tramo de la gráfica y a partir de aquí establecer las ecuaciones que describan la posición del auto en cualquier instante de tiempo. Así el tramo AB corresponde a una línea recta con pendiente positiva, lo cual indica que la velocidad aumenta en forma uniforme y se trata por tanto de un movimiento uniformemente acelerado. El tramo BC corresponde a un segmento de línea recta con pendiente cero, lo cual nos indica que la velocidad es constante, no hay aceleración y el movimiento es uniforme. El tramo CD muestra una línea recta con pendiente negativa, lo cual muestra que la velocidad disminuye en forma uniforme hasta que llega a cero, la aceleración es negativa, se podría hablar de una desaceleración.

Teniendo en cuenta que el desplazamiento es igual al área bajo cada segmento de recta y la aceleración es igual a la pendiente, a continuación se presentan los cálculos necesarios y los resultados para cada una de las variables solicitadas.

Variable	Tramo AB	Tramo BC	Tramo CD
Desplazamiento Δx	$\Delta x = \frac{(12m/s)(4s)}{2} = 24m$	$\Delta x = (12m/s)(8s-4s) = 48m$	$\Delta x = \frac{(12m/s)(16s)}{2} = 96m$
Velocidad inicial v_i	0	12	12
Velocidad inicial v_f	12	12	0
Aceleración a	$\Delta x = \frac{(12m/s)}{4s} = 3m/s^2$	0	$\Delta x = \frac{(-12m/s)}{16s} = 0{,}75m/s^2$

Sugerencia de trabajo: Con la información dada construya la gráfica de la posición del auto para cada instante de tiempo.

Sugerencias para resolver problemas

En sus estudios y en la vida cotidiana frecuente se verá enfrentado a resolver problemas para ello es necesario seguir un determinado orden que implica entender el problema, determinar los recursos con los cuales se cuenta para solucionarlo, plantear diversas alternativas de solución y seleccionar la mejor.

1. Lea muy detalladamente el problema
2. Realice un esquema o diagrama que represente la situación planteada
3. Identifique las variables dadas en el problema
4. Identifique claramente la pregunta o preguntas del problema
5. Identifique que variables requiere conocer para dar respuesta al problema
6. Establezca las relaciones pertinentes entre las variables conocidas y las incógnitas
7. Aplique las matemáticas para despejar las incógnitas necesarias que conduzcan a la solución del problema
8. Remplace los valores de las variables conocidas incluyendo las unidades apropiadas y realice las operaciones necesarias.
9. Verifique la consistencia de las unidades utilizadas
10. Verifique si la respuesta encontrada es razonable y cumple con las exigencias y restricciones planteadas en el problema.

TALLER No 6 MOVIMIENTO

OBJETIVOS

- ✓ Describir el movimiento mediante la utilización de una ecuación característica.
- ✓ Calcular el desplazamiento, la velocidad o la aceleración de un móvil bajo determinadas condiciones.
- ✓ Interpretar gráficas de velocidad contra tiempo
- ✓ Calcular el desplazamiento a partir de una gráfica de velocidad contra tiempo.
- ✓ Resolver problemas relacionados con el movimiento

METODOLOGÍA

Desarrolle en forma individual o en grupo cada uno de los problemas planteados, analice con sus compañeros las formas utilizadas para su solución y socialice los resultados obtenidos.

1) Cuando un automóvil que pasa por una esquina con velocidad constante de 48 km/h se encuentra a 100 metros pasa por ella un motociclista a 54 km/h, ¿a qué distancia alcanzará el motociclista al automóvil?

2) Por una autopista un automóvil viaja a 90 km/h. Por otra calzada en sentido contrario cruza otro auto a 126 km/h ¿a qué distancia se encontrarán uno del otro al cabo de 10 minutos?

3) En una etapa contra reloj de 60 km un ciclista A que corre con una velocidad promedio de 46,8 km/h parte 2 minutos después de otro ciclista B que rueda a 45,2 km/h. ¿Alcanzará el ciclista A al ciclista B? Si es así a ¿qué distancia de la meta se presenta esta situación?

4) Si un automotor que viaja por una carretera a 90 km/h se detiene 5 segundos después de que el conductor aplica los frenos, determine:
   a) la aceleración
   b) El desplazamiento desde el momento en el que se aplican los frenos y el instante en el cual el automotor se detiene.

5) Un móvil recorre 400 m con una aceleración constante de 2,5 m/s. Calcular la velocidad al final del recorrido, si la velocidad inicial es 14 m/s

6) Un conductor que viaja a 54 km/h ve un obstáculo y aplica los frenos; si el tiempo de reacción del conductor es de 0,60 segundos, determine la distancia en metros que alcanza a recorrer ates de comenzar a detenerse.

7) La velocidad de una partícula está definida por la ecuación $v = 20(m/s) + 5(m/s^2)t$ en dirección norte, con esta información:

   a) Construya la gráfica de velocidad contra tiempo
   b) Determine la función de posición contra tiempo si $x_1 = 2\ m$
   c) Construya la gráfica se posición contra tiempo
   d) Determine el desplazamiento entre los 10 y los 20 segundos

8) Para cada tramo indicado en la gráfica de la figura 4-12, calcular el desplazamiento, la velocidad y la aceleración.

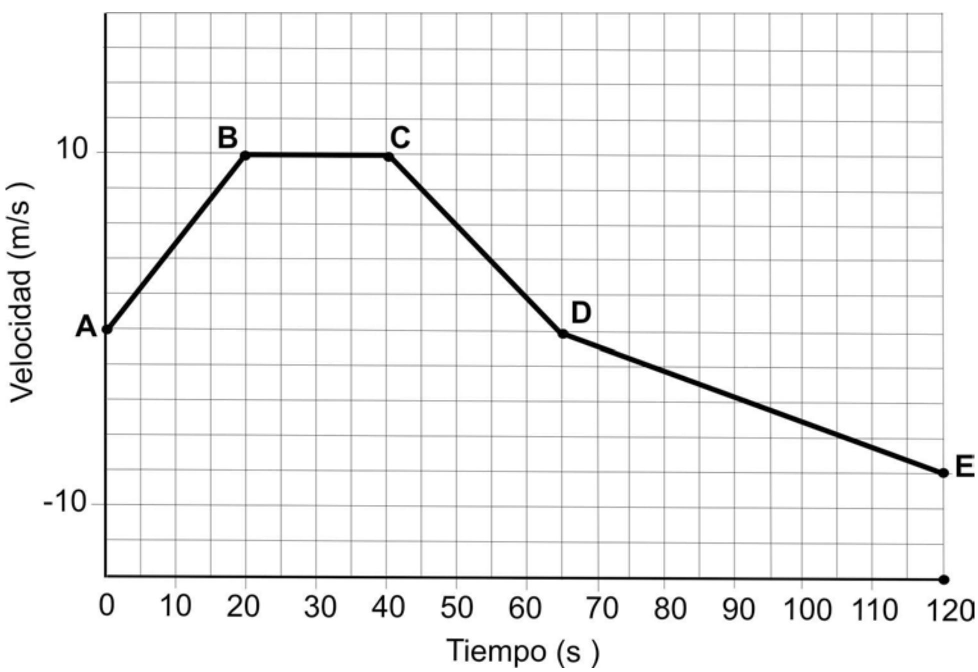


Figura 4-12 Gráfica de velocidad contra tiempo

9) La función de posición de los móviles A y B se definen mediante las siguientes ecuaciones

$$x_A = 5(m) + 10(m/s)t$$

$$x_B = 2{,}5(m/s^2)t^2$$

Determine la posición, el tiempo y la velocidad de cada móvil cuando B alcanza al A.

10) La figura 4-13 presenta una gráfica de la posición contra el tiempo de dos ciclistas Juan y Pablo cuando comienzan un premio de montaña. Con la información proporcionada en la gráfica, responda

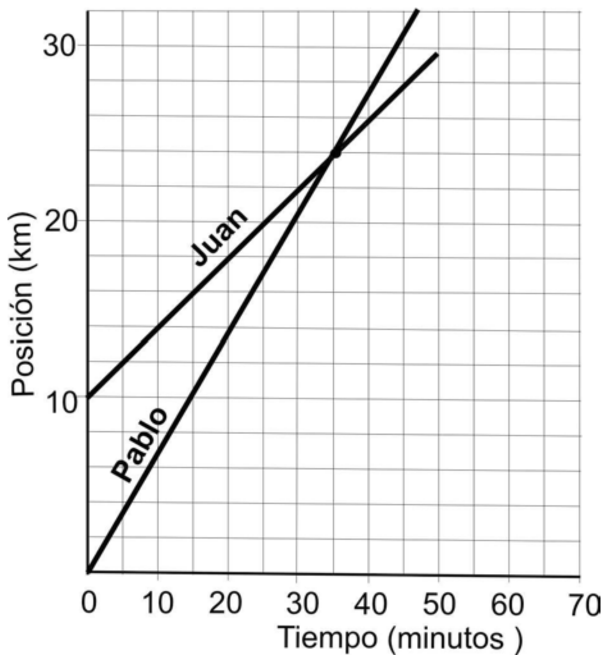


Figura 4-13 Funciones de posición contra tiempo de dos ciclistas

a) ¿Cuál de los ciclistas es el más rápido?
b) ¿Cuáles son las ecuaciones que describen el movimiento de los ciclistas?
c) ¿Cuál es la velocidad de cada corredor?
d) ¿Qué distancia hay entre Juan y Pablo en el instante inicial?
e) ¿A qué distancia del punto de referencia, y en qué tiempo el corredor más rápido alcanza al otro?
f) Si la meta se entrara a 35 km ¿Con qué tiempo de diferencia llegarían los ciclistas)

4.7 Caída Libre

La caída libre de los cuerpos por acción de la fuerza de atracción que la tierra ejerce sobre ellos se describe utilizando el modelo del movimiento uniformemente acelerado. Todo objeto al caer aumenta su velocidad proporcionalmente al tiempo transcurrido, la constate de proporcionalidad corresponde a la aceleración de gravedad con dirección hacia el centro de la tierra, la cual difiere ligeramente de una zona geográfica a otra, 9,780 m/s^2 en el ecuador o 9,832 m/s^2 pero que en forma aproximada generalmente se utiliza como valor promedio 9,8 m/s^2. Todos los cuerpos ***en el vacío***, independientemente de su masa experimentan la misma aceleración, de tal manera que si sueltan desde una igual altura, deben llegar al suelo con la misma velocidad.

La figura 4-14 muestra los valores de la velocidad y las distancias cada segundo de una esfera que cae en el durante un intervalo de 4 segundos.

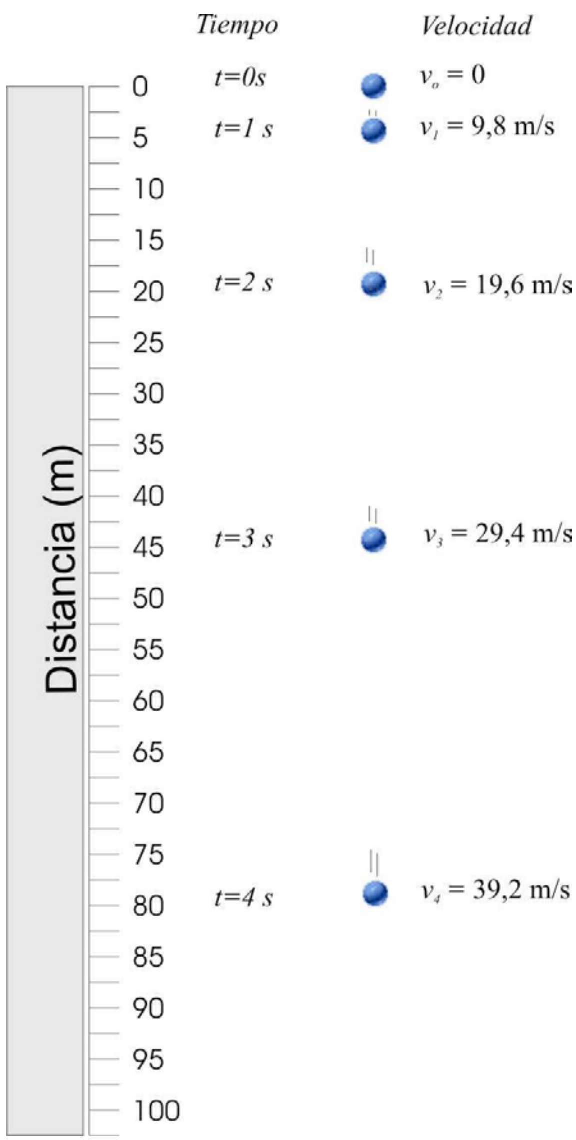


Figura 4-14 Velocidad y distancia durante la caída libre de una esfera

En la gráfica se puede observar como la velocidad aumenta progresivamente con el tiempo, la razón de cambio de la velocidad cada segundo es de 9,8 m/s.

Las ecuaciones que describen el movimiento vertical de un cuerpo ya sea hacia arriba o hacia abajo son las mismas del movimiento uniformemente acelerado, solo que la altura con respecto a un punto de referencia se denota con la letra "y" y la aceleración con la letra g. Si el movimiento se realiza con dirección hacia arriba la aceleración es negativa, es decir la velocidad disminuye en forma proporcional con el tiempo, mientras que si el movimiento es hacia abajo la aceleración es positiva.

Si $y_i = 0$ entonces las ecuaciones que describen este movimiento son las siguientes

$$y = v_i t + \frac{gt^2}{2} \qquad\qquad v = v_i + gt$$

Donde y = altura
v = velocidad al cabo de un tiempo t
v_i = velocidad inicial
g = aceleración gravitacional = 9,8 m/s^2

Combinando las ecuaciones anteriores se obtiene otra en función de las velocidades y la altura

$$v^2 = v_i^2 + 2gy$$

Estas ecuaciones nos permiten dar respuestas a muchas preguntas relacionadas con este tipo de movimiento. Por ejemplo: ¿cuál será la altura máxima alcanzada por un cuerpo que se lanza verticalmente con una velocidad inicia? o ¿cuál debe ser la velocidad de un objeto después de un determinado tiempo de haberse lanzado? o ¿cuál debe ser el tiempo para que se alcance una determinada altura? En los siguientes ejemplos tendrá oportunidad de familiarizarse con el empleo de estas ecuaciones. Nuevamente le insistimos en que no debe aprenderse de memoria estas ecuaciones, sino darles la correcta interpretación.

EJEMPLO 4-5

Si se lanza hacia arriba una esfera de hierro con una velocidad de 20 m/s, responda:

a) ¿Hasta que altura sube la esfera?
b) ¿Qué tiempo gasta?
c) ¿Qué altura alcanza después de 1, 2, 3, 4, y 5 segundos de lanzada?
d) ¿Cuál es la velocidad al cabo de los 5 segundos?

Solución:

a) La velocidad de la esfera en su movimiento ascendente disminuye hasta que finalmente se hace cero en ese punto se alcanza la altura máxima. Entonces despejando el valor de la altura en la última ecuación se llega a que:

$$y = \frac{v^2 - v_i^2}{2g} = \frac{0-(20\ \ m/s)^2}{2(-9{,}8\ \ m/s^2)} = 20{,}4\ \ m$$

b) El tiempo gastado en alcanzar la altura máxima se despeja de la ecuación de velocidad

$$v = v_i + gt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v - v_i}{g} = \frac{0 - (20 \ \ m/s)}{(-9{,}8 \ \ m/s^2)} = 2{,}04 \ \ s$$

c) La altura en cada instante de tiempo está determinada por la función de posición "*y*" de tal manera que basta con remplazar el valor del tiempo en esta ecuación para hallar las alturas solicitadas.

$$y = v_i t + \frac{gt^2}{2} \quad \Rightarrow \quad y(1) = (20 \ \ m/s)(1 \ \ s) + \frac{(-9{,}8 \ \ m/s^2)(1 \ \ s)^2}{2} = 15{,}1 \ \ m$$

En forma similar

$$y(2) = (20 \ \ m/s)(2 \ \ s) + \frac{(-9{,}8 \ \ m/s^2)(2 \ \ s)^2}{2} = 20{,}4 \ \ m$$

$$y(3) = (20 \ \ m/s)(3 \ \ s) + \frac{(-9{,}8 \ \ m/s^2)(3 \ \ s)^2}{2} = 15{,}9 \ \ m$$

$$y(4) = (20 \ \ m/s)(4 \ \ s) + \frac{(-9{,}8 \ \ m/s^2)(4 \ \ s)^2}{2} = 1{,}6 \ \ m$$

$$y(5) = (20 \ \ m/s)(5 \ \ s) + \frac{(-9{,}8 \ \ m/s^2)(5 \ \ s)^2}{2} = -22{,}5 \ \ m$$

El signo negativo significa que a los 5 segundos la esfera se encuentra 22,5 m por debajo del punto de referencia.

d) Para responder a esta pregunta se utiliza la ecuación de velocidad en función del tiempo.

$$v = v_i + gt = (20 \ \ m/s) + (-9{,}8 \ \ m/s^2)(5 \ \ s) = -29 \ \ m/s$$

El signo negativo significa que la velocidad tiene dirección hacia abajo, la esfera está cayendo.

EJEMPLO 4-6

Para determinar la altura de un puente se deja caer una piedra desde uno de los bordes y se registra el tiempo en alcanzar el fondo. Si el tiempo empleado es de 2,6 s ¿cuál será la altura del puente?

Solución:

Si se toma como punto de referencia el borde del puente, se considera que la dirección del movimiento hacia abajo es positiva y que además la velocidad inicial es cero, la altura se determina mediante la ecuación de posición en función del tiempo, la cual se reduce a

$$y = \frac{gt^2}{2} = \frac{(9{,}8 \ \ m/s^2)(2{,}6 \ \ s)^2}{2} = 33{,}1 \ \ m$$

TALLER No 7 MOVIMIENTO VERTICAL

OBJETIVOS

- ✓ Describir el movimiento vertical mediante las ecuaciones de posición contra tiempo, velocidad contra tiempo y velocidad en función de la altura
- ✓ Calcular la altura máxima alcanzada por un objeto que es lanzado hacia arriba
- ✓ Calcular el tiempo que permanece en el aire un objeto es lanzado hacia arriba desde el piso.
- ✓ Determinar la velocidad de un cuerpo en movimiento de caída libre

METODOLOGÍA

Desarrolle en forma individual o en grupo cada uno de los problemas planteados, analice con sus compañeros las formas utilizadas para su solución y socialice los resultados obtenidos.

1. Desde la ventana de un edificio se deja caer una pelota de tenis la cual toca el piso 3,20 segundos después. ¿A qué altura se encuentra la ventana del edificio? ¿Qué velocidad tendrá la pelota al llegar al piso?

2. Un objeto cae desde una terraza situada a 15 m del piso ¿cuál es el tiempo de caída, con qué velocidad llega al piso?

3. Una pelota de béisbol es lanzada hacia arriba con una velocidad de 15 m/s ¿qué tiempo permanece en el aire?

4. Si no hubiera resistencia del aire ¿con qué velocidad llegaría al suelo el granizo que se forma a una altura de 1.500 m?

5. Un hombre salta desde una plataforma a 2,0 metros de altura ¿qué tiempo gasta en el salto? Cuál es la velocidad al llegar al piso?

6. Desde un helicóptero que se mantiene a una altura constante sobre la tierra se deja caer un paquete el cual gasta 2,5 segundos en tocar el piso. ¿A qué altura se encuentra el helicóptero? ¿Con qué velocidad llega el paquete a tierra?

7. Si un balón de fútbol se patea verticalmente y permanece en el aire 2,4 segundos ¿qué altura alcanza? ¿Cuál fue su velocidad inicial?

8. Deduzca las ecuaciones que representen la posición y la velocidad en función del tiempo de una partícula que se mueve con aceleración constante de 4,9 m/s^2 y parte del reposo a 10 metros del punto de referencia.

9. Una piedra se lanza verticalmente hacia arriba y alcanza una altura de 4,8 m antes de comenzar a descender. ¿con qué velocidad fue lanzada? ¿Qué tiempo emplea en alcanzar esa altura?

10. Un deportista situado sobre una plataforma sostiene en su mano una pelota a 2,5 m de altura sobre el suelo. Si la pelota se lanza directamente hacia arriba con una velocidad de 12,5 m/s, deduzca las ecuaciones de posición y velocidad en función del tiempo que describen este movimiento, realice las gráficas de posición contra tiempo y velocidad contra tiempo y determine:

    a. Velocidad y altura desde el suelo después de 1,0 segundos
    b. Tiempo en alcanzar la altura máxima
    c. Altura máxima
    d. Velocidad y altura desde el suelo después de 1,0 segundos

Figura 4-15 Ilustración de fuerza y movimiento

¿Qué relación encuentra entre fuerza y movimiento?

¿En cuál de las situaciones anteriores se realiza más fuerza?

¿Hay alguna relación entre la fuerza y la aceleración?

¿Puede existir un cambio en la velocidad sin necesidad de una fuerza?

Responda en forma documentada a estos interrogantes

4.8 Leyes del movimiento de Newton

Antes de comenzar el estudio de las leyes de Newton es necesario repasar el concepto de fuerza, por lo tanto le sugerimos que en su cuaderno construya utilizando sus propias palabras y lo conocimientos previos que tenga un párrafo describiendo el concepto que Ud. tiene de fuerza, los diferentes tipos de fuerzas que conozca, las aplicaciones de fuerza a situaciones cotidianas y compare su trabajo con el los de sus compañeros.

Cuando se habla de fuerza intuitivamente se asocia a una acción sobre un objeto que produce o bien un cambio de movimiento, o bien una deformación del mismo. Por ejemplo se realiza una fuerza al empujar un objeto, elevar una caja, comprimir o estirar un resorte. La fuerza se ejerce de un objeto sobre otro, en una determinada dirección, por lo tanto la fuerza es una magnitud vectorial. La unidad de medida de la fuerza en el sistema Internacional es el Newton, representado por la letra N y definido como la fuerza que ocasiona una aceleración de 1 m/s^2 a un kg de masa.

Isaac Newton formuló hace más de 300 años tres leyes relacionadas con el movimiento de los cuerpos. En su época sirvieron para comprender mejor el universo, describir el movimiento de los planetas y aclarar algunos conceptos equivocados que perduraron por más de 2.000 de historia de la humanidad. A principio del siglo XX estas leyes fueron reconsideradas a la luz de la teoría de la relatividad sin embargo para explicar las situaciones y fenómenos físicos cotidianos, siguen siendo válidas y se aplican en todos los campos técnicos y trabajos de ingeniería.

A continuación se presenta una síntesis de estas leyes y sus principales aplicaciones.

Primera ley: "todo cuerpo continúa en sus estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme, a menos que se le obligue a cambiar ese estado por medio de fuerzas que actúen sobre él".

Esta ley indica que todo cuerpo que posee un movimiento uniforme en línea recta, tiene la tendencia de continuar con ese movimiento en forma indefinida; o si se encuentra en reposo presenta cierta resistencia al comenzar un movimiento. Por ejemplo, si Ud. viaja en un auto y el conductor aplica los frenos, su cuerpo experimenta la tendencia de seguir hacia delante. O si arranca bruscamente experimentará la sensación de irse hacia atrás. Son numerosos los hechos experimentos que a diario confirman esta ley. A la tendencia de un cuerpo a oponerse a un cambio en su movimiento o a dejar su estado de reposo se le denomina inercia. Así todo cuerpo tiene inercia, la cual depende de la cantidad de materia. Considere el siguiente caso: en un piso liso se encuentran dos cajas una de 10 kg de masa y otra de 25 kg de masa, ¿cuál de ellas tendrá una mayor inercia? La caja de 25 kg presentará una mayor resistencia para ponerse en movimiento que la caja de 10 kg. Recuerde que la masa es una propiedad que mide la cantidad de materia de un cuerpo, entonces a mayor masa mayor inercia, en este sentido la masa también es una mediada de la inercia de un cuerpo.

Segunda ley: "la aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa."

Esta ley establece una relación directa entre aceleración y fuerza. Si se aplica distintas fuerzas a un cuerpo de masa constante, entre mayor sea la fuerza aplicada mayor en la aceleración producida en él, lo cual implica un mayor cambio en su velocidad.

Matemáticamente la segunda ley de Newton se expresa mediante la siguiente ecuación

$$a = \frac{F}{m} \qquad \Rightarrow \qquad F = ma$$

Tercera ley: "cuando un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, éste ejercerá sobre el primero una fuerza igual en magnitud pero en dirección opuesta".

Esta ley se conoce también como ley de acción y reacción y se evidencia en muchas situaciones, por ejemplo si se empuja una caja con la mano, la caja ejercerá una fuerza igual sobre la mano; si halamos una cuerda sujeta a una pared, la pared ejercerá sobre la cuerda una fuerza igual pero en dirección opuesta; al patear un balón, el pié aplica una fuerza al balón y a su vez el balón aplicará al pie la misma fuerza con dirección opuesta.

4.9 Clases de fuerzas

Aunque podemos distinguir en la naturaleza gran variedad de fuerzas todas ellas se pueden agrupar en cuatro grades clases: fuerzas gravitacionales, fuerzas electromagnéticas, fuerzas nucleares fuertes y fuerzas nucleares débiles.

4.9.1 Fuerzas gravitacionales

La ***fuerza gravitacional*** es una fuerza de atracción entre dos cuerpos debida a que ambos poseen masa, esta fuerza se establece mediante la ley de gravitación universal que se expresa de la siguiente forma: "*todos los cuerpos se atraen entre sí con fuerzas que son proporcionales al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa*". Estas fuerzas son débiles pero adquieren gran importancia si las masas son tan grandes como la de los planetas o las estrellas. Así una de las principales fuerzas de la naturaleza es la fuerza gravitacional ejercida por la tierra o cualquier otro astro sobre los todos los cuerpos cercanos a ellos. Esta fuerza se denomina ***peso*** y está dirigida hacia el centro de la tierra o de cualquier otro astro según sea el caso. El peso se representa generalmente por la letra w y debido a que cualquier cuerpo sometido solo a esta fuerza produce una aceleración igual a la aceleración de gravedad, entonces al aplicar la segunda ley de Newton resulta que el peso es igual al producto de la masa por la gravedad.

$$w = mg$$

donde

w = peso
m = masa
g = aceleración de la gravedad

4.9.2 Fuerzas electromagnéticas

Las ***fuerzas electromagnéticas*** son fuerzas de atracción o repulsión entre dos cuerpos que poseen carga eléctrica ya sea en forma estática o en movimiento. Si las cargas se encuentran en movimiento se genera una fuerza magnética mientras que si están en reposo la fuerza es de naturaleza eléctrica. Estas fuerzas son mucho más grandes comparadas con las fuerzas gravitacionales y explican la resistencia de los materiales, su capacidad para doblarse, estirarse, contraerse. Son las fuerzas de atracción que experimentan protones y electrones.

4.9.3 Fuerzas nucleares

Las ***fuerzas nucleares*** son menos evidentes porque se manifiestan sobre distancias muy pequeñas del orden del tamaño del núcleo de un átomo. Se distinguen dos clases las primeras se denominan fuerzas nucleares fuertes y son las fuerzas que mantienen unidos a los protones en los núcleos atómicos evitando la repulsión entre ellos debido a su igual carga. Estas son fuerzas muy grandes, cientos de veces más grandes que las fuerzas electromagnéticas. La otra clase de fuerzas nucleares se conoce como fuerza nuclear débil la cual permite que bajo determinadas condiciones los neutrones se dividan emitiendo cada uno de ellos un protón, un electrón y otra partícula denominada antineutrino electrónico.

4.10 Fuerzas usuales

En la vida cotidiana se presentan distintas fuerzas que de una u otra forma son manifestaciones de las cuatros grandes fuerzas que se acaban de explicar. A continuación vamos a estudiar las fuerzas más importantes involucradas en las acciones cotidianas que todos realizamos como el caminar, correr, moverse, levantar un objeto, acelerar o frenar un vehículo, comprimir o estirar un material, su comprensión conceptual facilita la solución de muchos problemas del campo técnico. Por ejemplo cuando un cuerpo reposa o se desliza sobre una superficie plana aparecen sobre la superficie dos fuerzas una debida al peso del cuerpo y la otra debida a la fricción o rozamiento que se produce entre las superficies que opone resistencia al movimiento. La primera es una fuerza que se ejerce en dirección perpendicular a la superficie y se denomina ***fuerza normal***. La segunda en dirección opuesta al movimiento y paralela a la superficie, se denomina ***fuerza de rozamiento o fuerza de fricción.***

4.10.1 Fuerza Normal

La fuerza normal es la fuerza ejercida por la superficie sobre cualquier cuerpo que se encuentre situado encima de ella, siempre su dirección será perpendicular a la superficie.

La fuerza normal, o simplemente la normal, se determina muy fácilmente si la superficie es horizontal pues será igual al peso del cuerpo pero en dirección opuesta. Si la superficie se encuentra inclinada la normal será la componente del peso con dirección opuesta, perpendicular a la superficie. La figura 4-16 aclara esta situación.

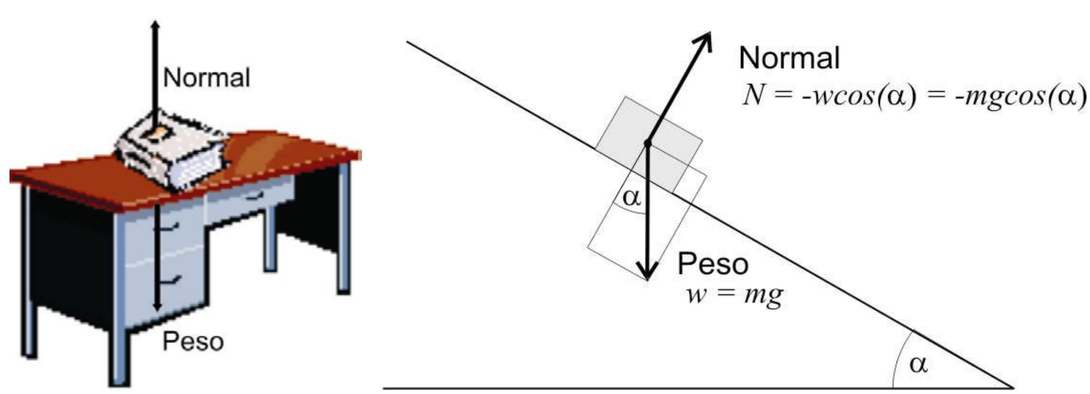


Figura 4-16 Fuerza normal sobre una superficie horizontal y sobre superficie inclinada

En dicha figura la superficie de la mesa ejerce una fuerza con dirección hacia arriba igual al peso del libro, ésta es la fuerza normal.

En el caso del bloque que se desliza sobre el plano o que permanece en reposo, la normal es la fuerza perpendicular a la superficie del plano, con sentido opuesto a la de la componente o proyección del peso en tal dirección.

Como recordará del estudio de los vectores, el peso es una fuerza y por lo tanto es un vector que se puede descomponer en dos componentes una en la dirección de la superficie inclinada que hemos denominado w_x y la otra en la dirección de la normal que en este caso llamamos w_y, sus valores se obtienen de las relaciones trigonométricas como se indica en la figura 4-17.

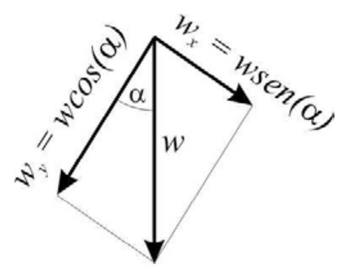


Figura 4-17 Componentes del vector peso

4.10.2 Fuerzas de rozamiento

Si Ud. desliza su mano sobre una superficie áspera sentirá la fuerza de rozamiento que se opone al movimiento que realiza. La fuerza de rozamiento actúa cuando se aplican los frenos a un vehículo, cuando camina. Si no existiera esta fuerza las llantas de un carro patinarían y esté no podría avanzar, nosotros tampoco podríamos caminar.

Cuando las superficies se encuentran en reposo relativo una con respecto a la otra la fuerza que se opone al inicio del movimiento se denomina ***fuerza de rozamiento estático*** y cuando hay deslizamiento de las superficies la fuerza que se opone al movimiento se denomina ***fuerza de rozamiento cinético***. Las fuerzas de rozamiento estático son mayores que las fuerzas de rozamiento cinético. Se requiere realizar una fuerza mayor para vencer la resistencia de un cuerpo al inicio del movimiento que aquella para mantenerlo.

Experimentalmente se ha encontrado que la fuerza de rozamiento es directamente proporcional a la fuerza normal y la constante de proporcionalidad se denomina coeficiente de rozamiento el cual se representa por la letra griega, μ (mu) de tal manera que

$$F_r = \mu F_N$$

donde F_r = Fuerza de rozamiento
F_N = Fuerza normal
μ = Coeficiente de rozamiento

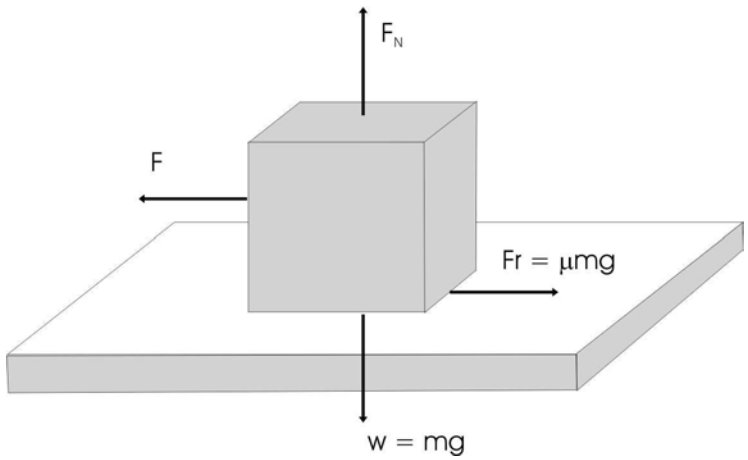


Figura 4-18 Fuerzas que actúan sobre un bloque que reposa sobre una superficie

Los coeficientes de rozamiento son diferentes si se trata de rozamiento estático o de rozamiento cinético y para distinguirlos se acostumbra a utilizar los subíndices s y k respectivamente. Así entonces la ecuación anterior se aplica a cada caso particular en la siguiente forma:

$$F_{rs} \leq \mu_s F_N \qquad\qquad F_{rk} = \mu_k F_N$$

donde F_{rs} = Fuerza de rozamiento estático
F_{rk} = Fuerza de rozamiento cinético
F_N = Fuerza normal
μ_s = Coeficiente de rozamiento estático
μ_k = Coeficiente de rozamiento cinético

La desigualdad significa que la fuerza de fricción estática es variable y adquiere un valor máximo cuando justo se inicia el movimiento en ese caso es igual al producto del coeficiente de rozamiento estático por la fuerza normal. La fuerza de rozamiento cinético tiene un valor definido pero menor que el máximo de la fuerza de rozamiento estático. Las fuerzas de rozamiento son independientes del área de contacto dependen solo de la naturaleza de las superficies y la fuerza normal.

4.10.3 Fuerzas elásticas

Otras fuerzas que se manifiestan en situaciones cotidianas y que tienen gran aplicación técnica son las producidas al estirar o comprimir un resorte las cuales se conocen como ***fuerzas elásticas.***

Cuando un cuerpo comprime o estira un resorte en una determinada longitud, éste ejercerá una fuerza sobre el cuerpo proporcional a la distancia desplazada con respecto a su posición de equilibrio. La constante de proporcionalidad depende de la naturaleza del resorte. Este comportamiento observado se conoce como ***ley de Hooke*** y matemáticamente se expresa mediante la ecuación

$$F = -kx$$

en donde x representa la distancia que el resorte se alarga o se recoge con respecto al punto de equilibrio y k es la constante de la ley de Hooke para el resorte. El signo negativo significa que la fuerza que ejerce el resorte se realiza en dirección contraria al desplazamiento. La figura 4-19 muestra la elongación o estiramiento que se ocasiona en el resorte por la acción de un bloque suspendido de uno de sus extremos.

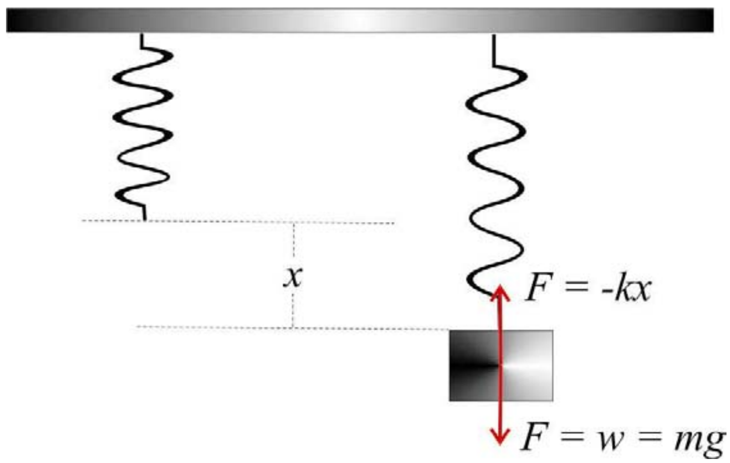


Figura 4-19 Fuerza elástica

Como la distancia x es proporcional a la fuerza, conociendo la constante k del resorte se puede determinar la fuerza aplicada. Los resortes calibrados son utilizados para medir fuerzas según el cambio de longitud de producido, estos instrumentos se conocen como ***dinamómetros***.

4.10.4 Tensión

Con mucha frecuencia se ejercen fuerzas sobre cuerpos mediante cuerdas, lazos, varillas, hilos metálicos, para el estudio de estas fuerzas se considera que las cuerdas son inelásticas y de masas despreciables, de esta forma, las fuerzas aplicadas a través de ellas se transmiten a los cuerpos a los cuales se encuentran unidas. La fuerza que se transmite por medio de una cuerda o hilo se denomina ***tensión*** y su dirección está determinada por la dirección de la cuerda.

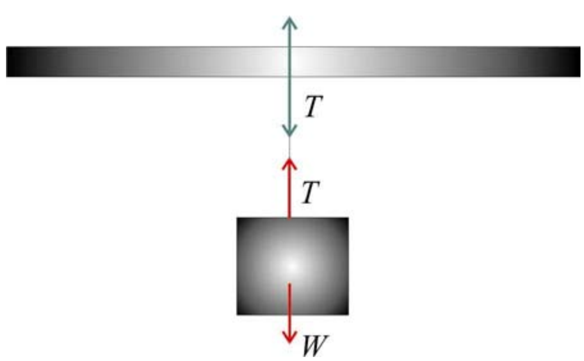


Figura 4-20 Tensión en una cuerda la cual sostiene un bloque

En la figura 4-20 se observa que el bloque ejerce una fuerza sobre la cuerda y la cuerda ejerce a su vez una fuerza de igual magnitud pero en dirección opuesta sobre el bloque. La cuerda también ejerce una fuerza sobre el soporte y a su vez el soporte ejerce una fuerza igual y con dirección opuesta sobre la cuerda. La fuerza que se transmite por la cuerda es la tensión.

La aplicación de las leyes de Newton sobre el movimiento permite solucionar los problemas cotidianos relacionados con la estática (reposo, equilibrio) o dinámica (movimiento) de los cuerpos. Como se ilustra en los siguientes ejemplos

Sugerencias para resolver problemas

En el caso particular de problemas relacionados con fuerzas se recomienda:

- ✓ Identificar las fuerzas que actúan sobre un determinado cuerpo.
- ✓ Realizar los diagramas de cuerpo libre o diagramas vectoriales donde el objeto que se analiza se considera como un punto donde actúan las diferentes fuerzas. Cada fuerza se representa por un vector, identificado con una letra y cuyo origen es el punto que representa al cuerpo.
- ✓ Determinar si el cuerpo se encuentra en reposo, movimiento con velocidad uniforme o movimiento acelerado.
- ✓ Si un cuerpo se encuentra en reposo o movimiento rectilíneo uniforme la sumatoria de todas las fuerzas son iguales a cero
- ✓ Si el cuerpo acelera en una determinada dirección la sumatoria de las fuerzas es igual a una fuerza neta en la misma dirección de la aceleración.
- ✓ Escoger un sistema conveniente de coordenadas para cada cuerpo, por simplicidad se hace coincidir uno de los vectores con el eje x o el eje y.
- ✓ Determinar las componentes de todos los vectores en cada uno de los ejes.
- ✓ Plantear las ecuaciones necesarias de acuerdo con las condiciones de equilibrio o movimiento.
- ✓ Despejar las incógnitas
- ✓ Verificar consistencia de los resultados.

EJEMPLO 4-7

Determine la fuerza neta que impulsa a un auto de 1.630 kg si en 5 segundos su velocidad cambia uniformemente de 36 a 60 km/h.

Solución:

Se sabe por la segunda ley de Newton que la fuerza aplicada a un cuerpo es igual al producto de la masa del cuerpo por la aceleración que la fuerza produce en él. Entonces, en primer lugar es necesario calcular el valor de la aceleración que a su vez es igual a la razón de cambio de velocidad con respecto al tiempo. Para realizar los cálculos correspondientes la velocidad debe expresarse en unidades consistentes, en este caso correspondientes al Sistema Internacional.

$$v_i = 36\frac{km}{h}\left(\frac{1.000\ m}{1\ km}\right)\left(\frac{1\ h}{3.600\ s}\right) = 10,0\ \ m/s$$

$$v_f = 60\frac{km}{h}\left(\frac{1.000\ m}{1\ km}\right)\left(\frac{1\ h}{3.600\ s}\right) = 16,7\ \ m/s$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{16,7\ \ m/s - 10,0\ \ m/s}{5\ \ s} = 1,33\ \ m/s^2$$

$$F = ma = (1.630\ \ kg)(1,33\ \ m/s^2) = 2.168\ \ N$$

EJEMPLO 4-8

Un jugador lanza una pelota de 0,150 kg a 18 m/s en un tiempo de 0,03 s. Calcule la magnitud de la fuerza ejercida sobre la pelota.

Solución:

Como en el caso anterior primero se debe calcular la aceleración para determinar la fuerza que la produce de acuerdo con la segunda ley de Newton.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = \frac{18\ \ m/s - 0}{0.03\ \ s} = 600\ \ m/s^2$$

$$F = ma = (0,150\ \ kg)(600\ \ m/s^2) = 90\ \ N$$

4.11 Estudio de cuerpos en reposo (Estática)

Cuando un cuerpo se encuentra en reposo se dice que se encuentra en equilibrio estático, es decir, no tiene movimiento con respecto a un determinado sistema de referencia. Este equilibrio a su vez pude ser estable, inestable o indiferente, dependiendo de si por algún agente externo se modifica la posición de equilibrio, el sistema tiende a volver a la misma situación de equilibrio inicial, el sistemas se aleja de la posición de equilibrio o el sistema ni regresa ni se aleja de la situación de equilibrio original tal como se muestra en la figura 4-21.

Figura 4-21 Diferentes formas de equilibrio

Cuando un objeto cualquiera se encuentra en equilibrio, o en movimiento rectilíneo uniforme la suma de las fuerzas aplicadas al objeto es cero. Este principio permite dar solución a muchos problemas de orden técnico, relacionados con tensiones en cuerdas que sujetan cuerpos o en las estructuras que sostienen edificaciones. Si la sumatoria de fuerzas es igual a cero, la sumatoria de sus componentes en cualquier sistema de referencia también será igual a cero.

Entonces

$$\sum F_i = 0 \qquad \sum Fix = 0 \qquad \sum Fiy = 0$$

En los siguientes ejemplos Ud. encontrará aplicaciones de estos principios.

EJEMPLO 4-9

Un bloque de hormigón de 80 kg de masa cuelga de una cuerda sujeta a una grúa, como se ilustra en la figura 4-22, determine la tensión sobre la cuerda.

Solución:

Sobre el bloque actúan dos fuerzas que lo mantienen en equilibrio: una fuerza vertical descendente que es el peso y otra en dirección opuesta que corresponde a la ejercida por la cuerda y que es igual a la tensión.

Si se aplica el principio de de que la sumatoria de fuerzas sobre un cuerpo que se encuentra en equilibrio es igual a cero, es posible encontrar el valor de la tensión, como se indica en seguida:

$$\sum F = 0 \quad \Rightarrow \quad F + T = 0 \quad \Rightarrow \quad T = -F$$

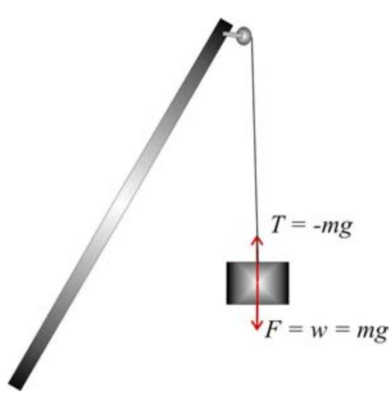


Figura 4-22

Por lo tanto $T = -mg = -(80\ kg)(9{,}8\ m/s^2) = -784\ N$

El signo negativo indica que la fuerza tiene dirección opuesta a la del peso.

EJEMPLO 4-10

Un bloque de madera de 20 kg se encuentra suspendido de un techo mediante dos cuerdas que forman ángulos de 30 y 60º y una curda vertical, como se ilustra en la figura 4-23. Con la información suministrada calcule las tensiones T_1, T_2 y T_3 en cada una de las cuerdas.

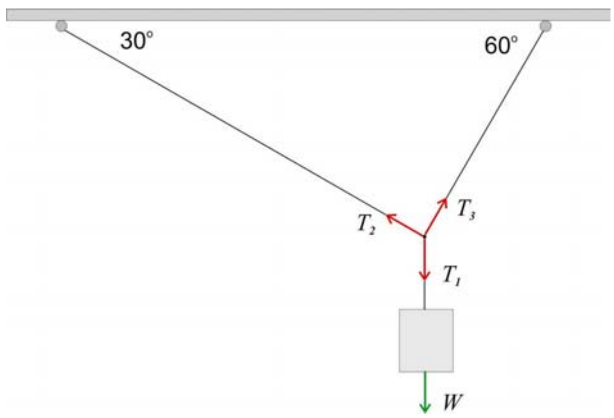


Figura 4-23 Tensiones sobre cuerdas

Solución:

De acuerdo con el ejemplo anterior sobre el bloque actúan dos fuerzas: el peso del bloque y la fuerza ejercida por el bloque, la cual es por tanto, equivalente a la tensión T_1. Para determinar las tensiones T_2 y T_3 es necesario considerar las fuerzas que actúan sobre el punto de unión de las tres cuerdas y como tal punto se encuentra en equilibrio, la sumatoria de estas fuerzas debe ser igual a cero. Esta situación se ilustra en el diagrama de cuerpo libre mostrado en la figura 4-24.

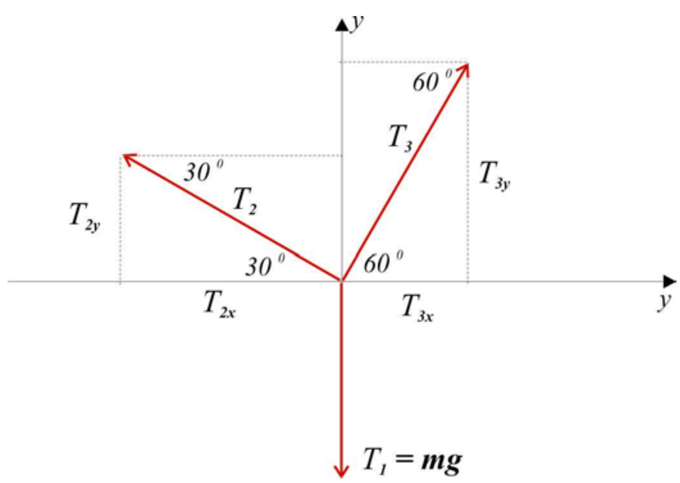


Figura 4-24

Entonces para dar solución al problema en primer lugar se deben determinar las componentes o proyecciones de las tensiones sobre cada uno de los ejes:

$$T_{2x} = T_2 \cos 30^0 \qquad T_{2y} = T_2 sen 30^0 \qquad T_{3x} = T_3 \cos 60^0 \qquad T_{3y} = T_3 sen 60^0$$

En segundo lugar se deben plantear las ecuaciones de equilibrio, es decir, realizar la sumatoria de las componentes de fuerzas en cada uno de los ejes e igualar a cero. Así para el eje "x"

$$\sum F_{ix} = 0 \;\Rightarrow\; T_{3x} - T_{2x} = 0 \;\Rightarrow\; T_3 \cos 60^0 - T_2 \cos 30^0 = 0 \;\Rightarrow\; T_3 \cos 60^0 = T_2 \cos 30^0$$

remplazando los valores correspondientes a los cosenos de 60^0 y 30^0 se llega a la siguiente ecuación:

$$0,5T_3 = 0,866T_2$$

Para el eje "y"

$$\sum F_{iy} = 0 \;\Rightarrow\; T_{2y} + T_{3y} - T_1 = 0 \;\Rightarrow\; T_2 sen 30^0 + T_3 sen 60^0 - T_1 = 0$$

Remplazando los valores del seno de 30º y 60º se llega a otra ecuación:

$$0,5T_2 + 0,866T_3 = T_1$$

Como tenemos ahora dos ecuaciones correspondientes a las condiciones de equilibrio las cuales se deben cumplir simultáneamente, se puede utilizar cualquier método para encontrar las incógnitas. Así despejando en la primera ecuación T_3 y remplazándolo en la segunda se obtiene:

$$0,5T_2 + 0,866\left(\frac{0,866T_2}{0,5}\right) = T_1 \;\Rightarrow\; 0,5T_2 + 1,5T_2 = T_1 \;\Rightarrow\; T_2 = \frac{T_1}{2}$$

Ahora bien, T_1 es el peso del bloque, entonces:

$$T_2 = \frac{mg}{2} = \frac{(20\ kg)(9,8\ m/s^2)}{2} = 98\ N$$

y por tanto $$T_3 = \frac{0,866T_2}{0,5} = \frac{0,866(98\ N)}{0,5} = 169,7\ N$$

4.12 Estudio de de cuerpos en movimiento (Dinámica)

Cuando la sumatoria de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es diferente de cero se produce una aceleración en dirección de la fuerza neta resultante. En consecuencia la sumatoria de todas las fuerzas equivalente a la fuerza neta debe ser igual al producto de la masa del cuerpo sobre el cual actúan las fuerzas por la aceleración producida.

$$\sum F_i = ma$$

En los ejemplos siguientes Ud. encontrará aplicaciones de estos casos

EJEMPLO 4-11

En la figura 4-25 se observan dos fuerzas que actúan sobre un bloque que reposa sobre una superficie sin fricción, determine en que dirección se mueve el bloque y cual es su aceleración si la masa del bloque es de 5 kg

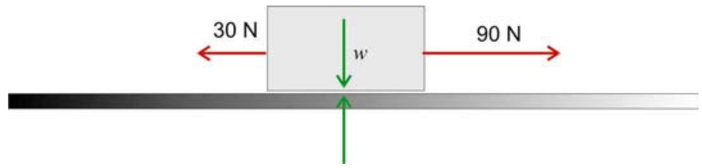


Figura 4-25

Solución:

En el eje vertical la fuerza ejercida por el peso del bloque se contrarresta con la ejercida por la superficie. En la dirección horizontal la situación es distinta, como no hay fricción, las dos únicas fuerzas son las especificadas en el dibujo, de tal manera que:

$$\sum F_i = ma \quad \Rightarrow \quad ma = 90 \;\; N - 30 \;\; N = 60 \;\; N \quad \Rightarrow \quad a = \frac{60 \;\; N}{5 \;\; kg} = 12 \;\; m/s^2$$

La dirección de la aceleración corresponde a la dirección de la fuerza resultante, es decir paralela a la superficie de contacto con el bloque y hacia la derecha.

EJEMPLO 4-12

Cuál será la aceleración que se produce en el bloque del ejemplo anterior si el coeficiente de rozamiento cinético es de 0,5.

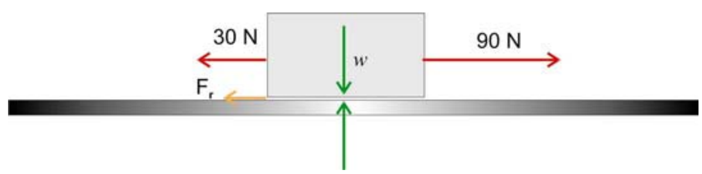


Figura 4-26

Solución:

Al presentarse rozamiento entre el bloque y la superficie sobre la cual se desliza, aparece la fuerza de rozamiento que tiene dirección opuesta al movimiento, como se observa en el dibujo. Con respecto al ejemplo anterior, se modifica la fuerza neta resultante, debido a la acción de la fuerza de rozamiento. Esta fuerza es igual al producto del coeficiente de rozamiento por la fuerza normal, entonces:

$$F_r = \mu_k F_N \quad \Rightarrow \quad F_r = \mu_k mg = 0{,}5(5 \;\; kg)(9{,}8 \;\; m/s^2) = 24{,}5 \;\; N$$

como la fuerza de rozamiento se opone al movimiento, tendrá signo negativo, entonces:

$$ma = 90 \;\; N - 30 \;\; N - 24{,}5 \;\; N = 35{,}5 \;\; N \quad \Rightarrow \quad a = \frac{35{,}5 \;\; N}{5 \;\; kg} = 7{,}1 \;\; m/s^2$$

EJEMPLO 4-13

Por una superficie inclinada que forma un ángulo de 40º con la horizontal resbala un bloque de 20 kg si el coeficiente de rozamiento es de 0,8 determine la aceleración en dirección paralela a la superficie con la cual se mueve el bloque.

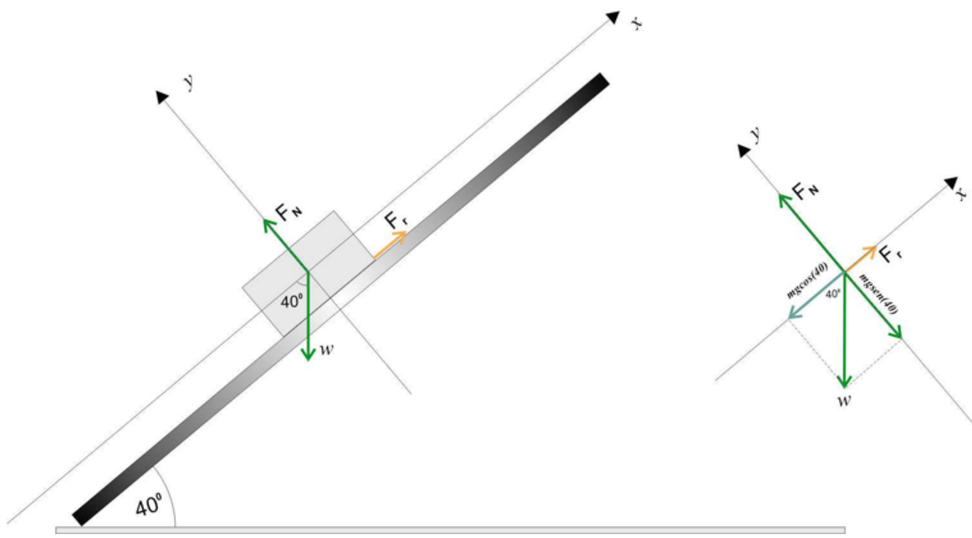


Figura 4-27

Solución:

El sistema de coordenadas se elige de tal manera que el eje x sea paralelo a la superficie, entonces:

$$\sum F_x = ma = F_r - mg\cos(40^o)$$

Se conoce que

$$F_r = \mu_k F_N = \mu_k mgsen(40^o)$$

Remplazando y despejando la aceleración

$$a = \frac{\mu_k mgsen(40^o) - mg\cos(40^o)}{m} = g(\mu_k sen 40^o - \cos 40^o)$$

$$a = (9{,}8 \ \ m/s^2)(0{,}8 sen 40^o - \cos 40^o) = -2{,}47 \ \ m/s^2$$

el signo negativo indica que la dirección de la aceleración es paralela a la superficie pero opuesta al sentido positivo del eje x

TALLER No 8 FUERZAS Y MOVIMIENTO

OBJETIVOS

- ✓ Identificar fuerzas presentes en situaciones y calcular su correspondiente magnitud y dirección
- ✓ Determinar el coeficiente de rozamiento entre dos superficies en contacto
- ✓ Calcular la tensión generada en cuerdas que sostienen objetos

METODOLOGÍA

Desarrolle en forma individual o en grupo cada uno de los problemas planteados, analice con sus compañeros las formas utilizadas para su solución y socialice los resultados obtenidos.

1. En una prueba de potencia una motocicleta de 244 kg aceleró hasta 160 km/h en apenas 8,4 segundos y necesitó 5,2 segundos para detenerse por completo. Determine la fuerza neta que mueve a este vehículo y la fuerza neta que actúa en contra del movimiento y que lo hace detenerse.

2. Dos cajas de 30 y 50 kg se encuentran sobre una superficie sin fricción unidas mediante una cuerda inelástica y de masa despreciable. Determine la aceleración y la tensión en la cuerda cuando se arrastran con una fuerza de 100 N aplicada a la masa de 50 kg.

3. Un bloque de madera de25 kg se deja deslizar sobre un plano inclinado de 30º, si el coeficiente de rozamiento es de 0,2 calcular la aceleración con la cual desciende el bloque.

4. Un bloque metálico se desliza sobre una superficie inclinada con velocidad constante, si la fuerza normal la superficie es de 40 N y la fuerza de fricción es de 30 N, determinar el coeficiente de rozamiento, el ángulo de inclinación de la superficie, el peso y la masa del bloque.

5. Una caja de 25 kg se encuentra sobre una superficie áspera y solo se empieza a mover si se aplica una fuerza superior a 300 N. El coeficiente de rozamiento y la aceleración con la cual se desplaza si se aplica una fuerza constante de 450 N.

6. Un estudiante desea medir el coeficiente de fricción estático entre un bloque de material plástico y una superficie de madera, para lo cual coloca el bloque sobre la superficie y empieza a inclinarla hasta que al llegar a un ángulo de 40º el bloque comienza a

moverse, recorriendo una distancia de 285 cm en 2,8 segundos. ¿Son suficientes estos datos? Si es así ¿qué valores tendrían estos coeficientes?

7. La figura 4-28 describe el movimiento de un cuerpo de 10 kg, con esta información determine la fuerza aplicada en cada uno de los tramos AB, BC, CD, y DE.

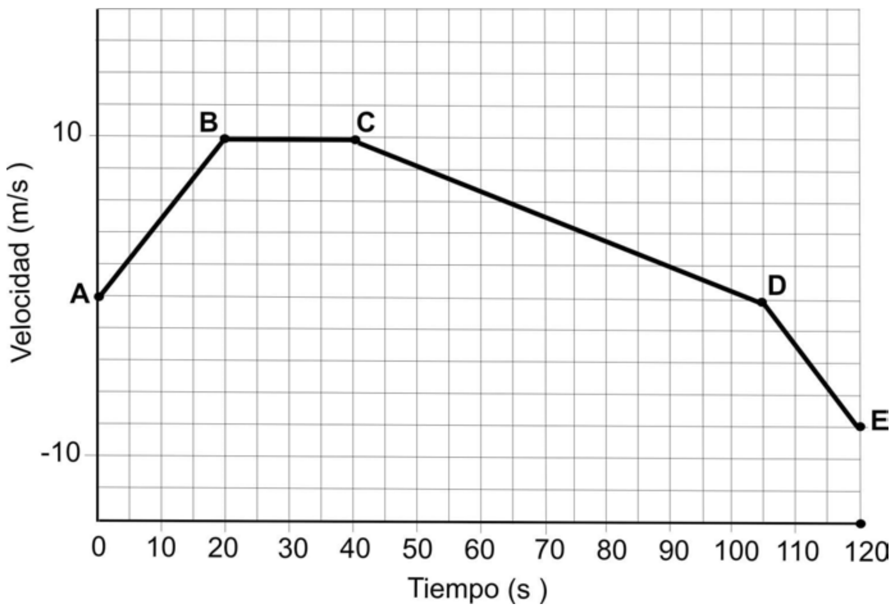


Figura 4-28 Gráfica del movimiento de un cuerpo

8. Se lanza un disco de 500 g con una velocidad inicial de 12 m/s sobre una superficie horizontal. Determine el tiempo que gasta en detenerse y la distancia que recorre si el coeficiente de rozamiento entre el disco y la superficie es de 0,5.

9. Calcular la aceleración que se produce en el sistema ilustrado en la figura 4-29 y la tensión en la cuerda.

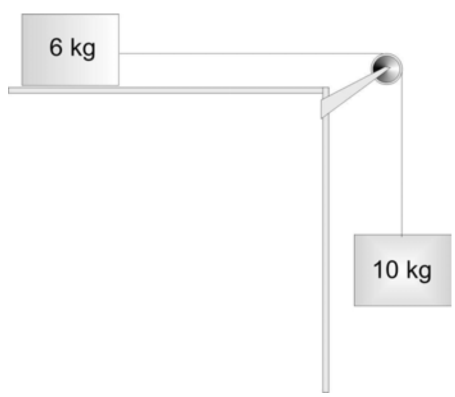


Figura 4-29 Tensión sobre una cuerda

10. La longitud normal de un resorte es de 15 cm y se alarga 5 cm cuando se cuelga de él una masa de 2,0 kg.
    a. Determine la constante del resorte
    b. El peso y la masa de un cuerpo que al suspenderlo del resorte hace que éste duplique su longitud.

AUTOEVALUACIÓN No 4 FUERZAS Y MOVIMIENTO

1) Si un cuerpo se desplaza a 18 km/h, el tiempo en minutos, necesario para recorrer 600 metros es:
   a) 3
   b) 2
   c) 1
   d) 0,5

2) Cuando un ciclista A comienza su carrera, en un prueba de 50 km contra reloj otro ciclista B lleva recorrido 2,5 km, si las velocidades promedio son respectivamente 46 y 40 km/h, es válido afirmar que
   a) El ciclista A alcanza al B
   b) El ciclista A no alcanza al B
   c) Los ciclistas llegan a tiempo a la meta
   d) No es posible determinar quien llega primero

3) Si el movimiento de una partícula, v *vs* t, se describe por medio de una recta de pendiente negativa, esto significa que la aceleración
   a) disminuye con el tiempo
   b) aumenta con el tiempo
   c) es una constante negativa
   d) es una constante positiva

4) La velocidad, en m/s, con la cual se debe lanzar verticalmente hacia arriba un objeto para que alcance una altura máxima de 5,0 metros, es:
   a) 5,2
   b) 9,9
   c) 18,7
   d) 31,3

5) Si desde una altura de 15 m se deja caer un ladrillo, el tiempo en segundos que gasta en tocar el suelo es
   a) 3,1
   b) 2,4
   c) 2,1
   d) 1,7

6) Imagine que Ud. se encuentra sobre una balanza que registra su peso mediante un mecanismo de resorte. Si Ud. salta hacia fuera, justo en el momento que abandona la balanza, con respecto a la lectura del peso se puede afirmar que
   a) Se registra una mayor lectura
   b) No se afecta la lectura
   c) La lectura del peso será menor
   d) El peso del cuerpo disminuye

7) Si la constante de un resorte es de 250 N/m, entonces la fuerza cuando se produce un estiramiento de 10 cm, es
   a) 0,025
   b) 2,5
   c) 25

d) 250

8) Si se aplica una fuerza de 10 N a una masa de 2,5 kg la aceleración resultante, en m/s^2, es
a) 25
b) 4
c) 2
d) 0,25

9) Si una fuerza de 10 N actúa durante 2 segundos sobre un cuerpo de 5 kg, inicialmente en reposo, la velocidad en m/s al final de ese tiempo es
a) 25
b) 10
c) 4
d) 2

10) Un disco metálico de 2,0 kg se lanza con una velocidad de 4 m/s sobre una superficie horizontal, si tarda 1,25 segundos en detenerse, el coeficiente de rozamiento es
a) 0,33
b) 0,28
c) 0,22
d) 0,21

CAPÍTULO 5 ENERGÍA

Logros

El estudiante, luego de realizar las actividades de aprendizaje sugeridas:

- ✓ Explicará el concepto de trabajo y potencia desde el punto de vista físico.
- ✓ Calculará el trabajo al desplazar un cuerpo mediante la aplicación de una fuerza.
- ✓ Identificará las principales máquinas simples
- ✓ Reconocerá las diferentes formas de manifestación de la energía
- ✓ Establecerá los conceptos, energía cinética, energía potencial, calor y energía eléctrica.
- ✓ Aplicará la ley de conservación de la energía en el análisis de fenómenos físicos
- ✓ Resolverá problemas donde se involucre el cálculo o determinación de las diversas formas de energía y la potencia.

Indicadores de logro

- ✓ Calcula el trabajo realizado por determinadas fuerzas.
- ✓ Describe las características de las diferentes manifestaciones de la energía
- ✓ Calcula la energía cinética de un cuerpo en función de su velocidad y la energía potencial en función de la posición con relación a la superficie de la tierra.
- ✓ Establece la diferencia entre calor y temperatura
- ✓ Determina el calor transferido en función del cambio de temperatura
- ✓ Diferencia los conceptos de carga eléctrica, potencial eléctrico y corriente eléctrica.

5.1 Introducción

La palabra energía en el lenguaje cotidiano generalmente se asocia al vigor con el cual se realiza una actividad, se utiliza como sinónimo de brío, arresto, voluntad, esfuerzo. Para los físicos y en el lenguaje científico tiene otro significado y aunque no hay una definición totalmente satisfactoria de energía, generalmente se entiende como ***la capacidad para realizar un trabajo***. La energía está presente en todas partes donde ocurran cambios, ya sean, físicos, químicos o biológicos; el universo entero se reduce a materia y energía. Hoy en día, para todos nos es muy familiar la ley de conservación de la energía pero no siempre fue así, hasta hace apenas unos 200 años en la historia de la humanidad, no se comprendían muy bien muchos de los fenómenos asociados con la de energía por ejemplo, no se conocía la relación que hay entre el trabajo y el calor. Solo mediante las contribuciones de científicos como James Prescott Joule, físico británico que vivió entre 1.818 y 1889 y quien determinó experimentalmente la equivalencia entre la energía mecánica y el calor, el también físico británico WilliamThomson más conocido como Lord Kelvin, o el alemán Hermann Ludwig von Helmholtz, entre otros, se llegó al concepto de que la energía del universo permanece constante y solo sufre transformaciones entre una y otra de sus formas. Una rama específica de la física denominada ***termodinámica*** se dedica al estudio de la energía y sus transformaciones, particularmente las que tienen que ver con interacciones entre calor y trabajo.

En el desarrollo de unidad Ud. tendrá oportunidad de repasar y actualizar sus conocimientos relacionados con las características de la energía en sus diferentes manifestaciones y sus aplicaciones más relevantes estos conocimientos son de gran importancia para explicar todos los cambios generados por el hombre y la naturaleza.

5.2 Trabajo

En el lenguaje común se entiende por trabajo cualquier acción ya sea física o intelectual que demande cierto esfuerzo. En física, el trabajo tiene un significado muy preciso, se identifica un trabajo solo cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo y hace que se produzca un desplazamiento. Si no están presentes simultáneamente estos dos factores no se presenta trabajo. Puede existir desplazamiento sin que actúe fuerza alguna, como en el caso de un objeto que se mueve con velocidad constante sobre una superficie sin fricción, en este caso no hay trabajo, o en otro caso también se puede ejercer una fuerza sin que haya movimiento, por ejemplo al empujar la pared de una habitación, entonces en tal caso tampoco se presentaría trabajo. ***El trabajo generalmente se define como el producto de la magnitud de la fuerza ejercida en la misma dirección del movimiento por la magnitud del desplazamiento***. Observe que si bien tanto la fuerza como el desplazamiento son vectores, el producto de sus magnitudes es una cantidad escalar, así entonces, el trabajo corresponde a una cantidad escalar. Con mucha frecuencia el trabajo se representa por la letra W y matemáticamente se expresa cono

$$W = F.x$$

Donde W = Trabajo
F = magnitud de la fuerza
x = magnitud del desplazamiento

En el sistema Internacional de Unidades el trabajo se expresa en Joules, y un Joule es igual al producto de la fuerza de un Newton que genera un desplazamiento de 1 metro en la misma dirección de la fuerza. 1 N = (1 N)

En los siguientes ejemplos se aplican los conceptos que se acaban de presentar.

Ejemplo 5-1

¿Qué trabajo se realiza cuando una caja de 100 kg de masa se eleva 2,6 metros sobre el piso tal como se ilustra en la figura 5-1?.

Solución:

Para levantar la caja se necesita como mínimo realizar una fuerza igual al peso de la caja, por lo tanto, la fuerza aplicada será igual al producto de masa por la aceleración de gravedad. La fuerza y el desplazamiento se encuentran en la misma dirección por lo tanto:

$$w = F.x = mgx = (100\ kg)(9,8\ m/s^2)(2,6\ m) = 2548\ J$$

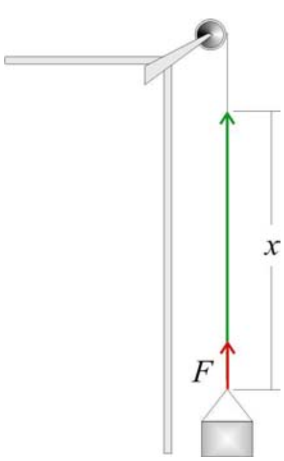


Figura 5-1

En la determinación del trabajo realizado cuando se empuja o se hala un objeto mediante la aplicación de una fuerza que forma un determinado ángulo con la horizontal provocando el desplazamiento sobre una superficie horizontal sin fricción, sólo se considera la componente horizontal de la fuerza aplicada. Analice el ejemplo 5-2 donde se presenta esta situación.

Ejemplo 5-2

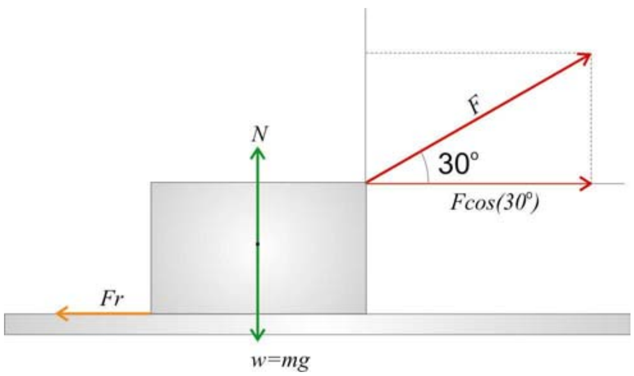


Figura 5-2

El bloque de 10 kg, mostrado en la figura 5-2, se mueve 2,50 m sobre la superficie horizontal cuando se aplica una fuerza de 80 N cuya dirección forma 30º con la horizontal. Si la fuerza de rozamiento es de 20 N, calcule el trabajo realizado por la fuerza neta sobre la caja.

Solución:

Sobre la caja actúan cuatro fuerzas: el peso, la fuerza normal, la fuerza aplicada F y la fuerza de rozamiento Fr. Dado que el desplazamiento se realiza horizontalmente, las fuerzas en dirección vertical no realizan ningún tipo de trabajo. Por lo tanto solo será necesario calcular la componente horizontal de la fuerza aplicada y sumar vectorialmente con la fuerza de rozamiento cuya dirección es opuesta al movimiento, para obtener la fuerza neta y calcular con esta fuerza el trabajo.

$$F_{neta} = F\cos 30º - Fr = (80\ \ N)(0{,}866) - (20\ \ N) = 49{,}3\ \ N$$

$$W = F._{neta}\, x = (49{,}3\ \ N)(2{,}5\ \ m) = 123\ \ J$$

En forma general cuando la fuerza aplicada no coincide con la dirección del desplazamiento, la fuerza que realiza el trabajo es la componente rectangular de esa fuerza sobre la dirección del desplazamiento por lo tanto

$$W = (F\cos\theta).x$$

W = trabajo
F = fuerza aplicada
θ = ángulo que forma la dirección de la fuerza con la dirección del desplazamiento
x = desplazamiento
la ecuación anterior también se acostumbra a expresar como

$$W = Fx\cos\theta$$

Ejemplo 5-3

¿Cuál sería el trabajo ejercido por la fuerza neta aplicada sobre el bloque del ejemplo anterior si el coeficiente de rozamiento es de 0,2?

Solución:

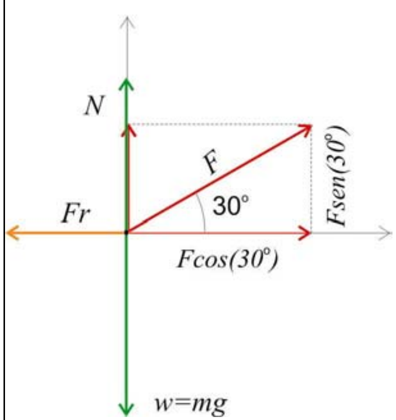


Figura 5-3

Para calcular el trabajo, como en el ejemplo anterior, se debe determinar primero la fuerza neta que provoca el desplazamiento; la cual se deduce del diagrama de cuerpo libre mostrado en la figura 5-3, se expresa así

$$F_{neta} = F\cos 30º - Fr$$

Ahora es necesario calcular la fuerza de rozamiento

$$F_r = \mu_k N$$

A su vez la magnitud de la fuerza normal será igual a la diferencia entre el peso del bloque y la magnitud de la componente vertical de la fuerza aplicada, entonces

$$N = mg - Fsen(30º)$$

$$N = (10\ kg)(9{,}8\ m/s^2) - (80\ N)(0{,}5) = 58\ N$$

En consecuencia

$$F_r = 0{,}2(58\ N) = 11{,}6\ N$$

$$F_{neta} = (80\ N)(\cos 30º) - (11{,}6\ N) = 57{,}7\ N$$

$$W = F._{neta}\, x = (57{,}7\ N)(2{,}5\ m) = 144\ J$$

Ahora responda a los siguientes interrogantes ¿Qué pasa con el trabajo si aumenta el coeficiente de rozamiento? ¿Cómo afecta el trabajo si el coeficiente de rozamiento disminuye? ¿Qué concluye?

5.3 Potencia

Con mucha frecuencia escuchamos hablar de la potencia de un motor, la potencia de un vehículo o de cualquier máquina ¿a qué nos referimos exactamente con este término? La potencia en física se define como el trabajo realizado por unidad de tiempo, en otras palabras la potencia es la razón de cambio del trabajo con respecto al tiempo. Generalmente la potencia se representa por la letra P y matemáticamente se expresa como

$$P = \frac{W}{t}$$

Donde P = potencia
W = trabajo
t = tiempo

La unidad de potencia en el SI es el vatio (W) definida como el trabajo realizado de un joule por segundo. (1 W) = (1 J)/(1 s).

Otra unidad de potencia muy utilizada es el kilovatio. Recuerde que el prefijo kilo significa mil, entonces, un kilovatio es igual a mil vatios. (1 kW = 1000 W).

También se utiliza con bastante frecuencia el caballo de potencia o horse power HP equivalente a 745,7 W o a 550 lbf.pie/s.

Por otra parte una unidad como el kilovatio-hora, muy utilizada en la facturación del consumo de energía eléctrica, no es una unidad de potencia sino de energía la cual es equivalente a

$$1kWh = (\frac{1.000\ J}{s})(3.600\ s) = 3{,}6x10^6 J$$

Ejemplo 5-4

¿Cuál es la potencia de una máquina cuando levanta 120 kg hasta una altura de 5 metros en 3,5 segundos? Exprese el resultado en vatios, kilovatios y horse power o caballos de potencia.

Solución:

La potencia es igual al trabajo sobre el tiempo y a su vez el trabajo es igual al producto de la magnitud de la fuerza por la distancia recorrida y la fuerza es igual al producto de la masa por la gravedad. Entonces

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F.x}{t} = \frac{mgx}{t} = \frac{(120\ kg)(9{,}8\ m/s^2)(5\ m)}{3{,}5\ s} = 1.680\ vatios$$

$$P = (1.680\ W)(\frac{1\ kW}{1.000\ W}) = 1{,}68\ kW$$

$$P = (1.680\ W)(\frac{1\ HP}{745{,}7\ W}) = 2{,}25\ HP$$

Ejemplo 5-5

¿Cuál será el tiempo gastado para elevar una carga de 200 kg hasta una altura de 4,6 metros si la potencia desarrollada en esta operación es de 4,0 HP?.

Solución:

El tiempo se calcula a despejándolo de la relación que define la potencia,

$$t = \frac{W}{P}$$

El trabajo es igual al producto de la magnitud de la fuerza por la distancia recorrida y la fuerza corresponde al peso de la carga. Entonces

$$t = \frac{mgx}{P}$$

Antes de remplazar los datos es necesario que estén expresados en unidades que correspondan a un mismo sistema, por lo cual se recomienda primero convertir a vatios la potencia suministrada en el problema.

$$P = (4{,}0 \ HP)\left(\frac{745{,}7 \ w}{1 \ HP}\right) = 2.983 \ W$$

Por tanto
$$t = \frac{(200 \ kg)(9{,}8 \ m/s^2)(4{,}6 \ m)}{(2.983 \ J/s)} = 3{,}0 \ s$$

5.4 Máquinas simples

Las máquinas son utilizadas diariamente como un medio para transferir trabajo, algunas de ellas son muy sencillas como un destapador de botellas, un abrelatas, un destornillador, una carretilla; otras son tan complejas como un vehículo automotor, una embotelladora o tan sofisticadas como el más avanzado robot. Pero todas ellas tienen en común que facilitan el trabajo al cambiar la magnitud o la dirección de la fuerza ya que el trabajo realizado siempre será el mismo.

Toda máquina por compleja que sea se puede reducir a la combinación de máquinas simples como el plano inclinado, la polea, el torno o combinación rueda eje, la cuña, la palanca, y el tornillo ilustrados en la figura 5-4.

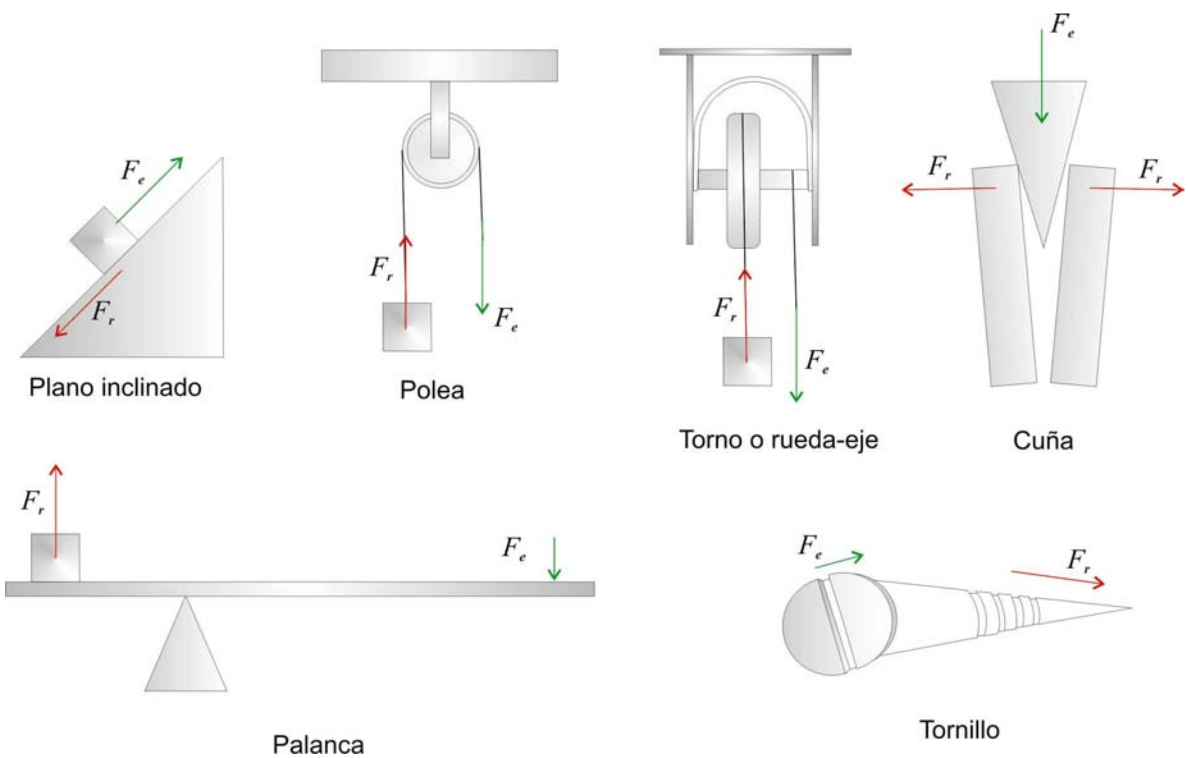


Figura 5-4. Máquinas simples

La fuerza que se ejerce sobre la máquina se denomina esfuerzo y se representa por F_e y la fuerza que ejerce la máquina se denomina resistencia y se representa por Fr. La razón entre la resistencia y el esfuerzo se denomina ventaja mecánica (VM). Matemáticamente la ventaja mecánica se expresa como

$$VM = \frac{F_r}{F_e}$$

Dado que las máquinas generalmente aumentan la fuerza que se les aplica, la ventaja mecánica es mayor que la unidad. En todo caso la energía que recibe la máquina en forma de trabajo, si no hay perdidas o disipación de energía, debe ser igual a la que sale cundo realiza trabajo sobre otro objeto. En este sentido se habla de un trabajo de entrada (W_e) y un trabajo de salida (Ws), entonces bajo condiciones ideales, es decir en ausencia de fenómenos como la fricción o rozamiento donde la energía mecánica se transforma en calor, se cumple que el trabajo de entrada a la máquina es igual al de salida, esto es

$$W_e = W_s$$

Si en la ecuación anterior se remplazan los trabajos por sus correspondientes equivalencias se llega a que

$$F_e x_e = F_r . x_r$$

Donde

Fe = fuerza aplicada a la máquina
xe = desplazamiento producido en la máquina por la fuerza Fe
Fr = fuerza aplicada por la máquina
xe = desplazamiento producido por la máquina debido a la fuerza Fr

La ecuación anterior también se puede expresar como

$$\frac{Fr}{Fe} = \frac{x_e}{x_r}$$

Esta relación corresponde a la ventaja mecánica y dado que la ecuación anterior se cumple solo bajo condiciones ideales, la razón de los desplazamientos se denomina ventaja mecánica ideal (VMI), entonces

$$VMI = \frac{x_e}{x_r}$$

Otro término importante en el análisis de las máquinas es la eficiencia, si la máquina es ideal el trabajo de entrada debe ser igual al de salida, mientras que en las máquinas reales el trabajo de salida es menor que el trabajo de entrada. La eficiencia se define entonces como la razón entre el trabajo de salida (lo que produce la máquina) y el trabajo de entrada (lo que necesita la máquina). Generalmente esta relación se representa por la letra η, y se expresa como porcentaje, entonces

$$\eta = \frac{W_s}{W_e} \text{x}100$$

La eficiencia también se puede expresar en función de la potencia de salida y la potencia de entrada a la máquina en tal caso

$$\eta = \frac{P_s}{P_e} \text{x}100$$

TALLER No 9

OBJETIVOS

- ✓ Calcular el trabajo realizado por diferentes fuerzas que actúan sobre un cuerpo y el trabajo realizado por la fuerza neta
- ✓ Determinar la potencia requerida para realizar un trabajo en determinado tiempo
- ✓ Calcular la ventaja mecánica en máquinas simples.

METODOLOGÍA

Desarrolle en forma individual o en grupo cada uno de los problemas o casos planteados y socialice los resultados obtenidos en sesiones de tutoría.

1. Si una persona empuja una caja de 20 kg hasta recorrer 15 metros, sobre una superficie horizontal sin rozamiento, con una aceleración de 2,5 m/s^2, ¿cuál será el trabajo realizado sobre la caja?
2. Calcule el trabajo realizado para mover con velocidad constante una caja de 40,8 kg, 12,5 metros sobre una superficie horizontal con coeficiente de rozamiento de 0,3.
3. Si en el caso anterior la caja se mueve con aceleración constante de 2 m/s^2 ¿cuál es el trabajo realizado?
4. Calcule el trabajo necesario para subir con velocidad constante, por una superficie con una inclinación de 40º, un bloque de 300 kg desde el suelo hasta una altura de 5 metros si el coeficiente de rozamiento es de 0,25.
5. El trabajo realizado para elevar una carga con velocidad constante por un motor de 2 kW es de 10 kJ, determine la masa de la carga y el tiempo gastado en esta operación.
6. Cuál es la potencia que debe desarrollar un hombre de 70 kg para subir por una escalera que tiene una longitud de 5,0 metros hasta llegar a una altura de 4,2 metros en un tiempo de 3 segundos.
7. Se desea elevar una carga de 500 kg hasta una altura de 30 metros, en un tiempo de 12 segundos, utilizando para ello un motor eléctrico. Calcule la potencia que sería necesaria en esta operación.
8. Para llenar completamente con agua un tanque de 1,5 m^3 que se encuentra a 15 metros del suelo se utiliza una bomba. ¿Cuál es el trabajo útil que debe realizar la bomba?
9. ¿Cuánto trabajo será necesario realizar para empujar, cuesta arriba por una pendiente de 15º, un automóvil de 1.200 kg y desplazarlo en esa dirección 325 m.? Resuelva el problema sin considerar rozamiento y luego considerando un coeficiente de rozamiento cinético de 0,4.
10. ¿Cuál es la resistencia de una palanca si la ventaja mecánica es de 1,5 y el esfuerzo es de 20 N?

5.5 Manifestaciones de la energía

La energía tiene múltiples manifestaciones entre las cuales se destacan las siguientes:

5.5.1 Energía calorífica

Esta energía se produce por diferentes efectos por ejemplo cuando se quema un combustible como carbón, madera, o cualquier hidrocarburo; cuando hay fricción entre dos superficies en movimiento, tal caso se presenta al taladrar un orificio en una lámina de metal o al aplicar los frenos a un vehículo en movimiento, también se produce energía calorífica como resultado del paso de energía eléctrica a través de una resistencia o debida a la vibración molecular como el calentamiento por acción de microondas.

5.5.2 Energía eléctrica

Este tipo particular de energía se produce cuando a través de un material conductor se presenta un flujo de electrones. En la vida moderna la energía eléctrica es de vital importancia: el desarrollo socioeconómico y la calidad de vida de los pueblos depende de esta energía ya que ella genera luz, calor, magnetismo, movimientos, sonidos, permite la comunicación y la codificación de señales. La civilización moderna no sería posible sin la energía eléctrica.

5.5.3 Energía química

Producida cuando los enlaces de las moléculas de los reactivos se rompen para formar nuevos arreglos o agrupamientos atómicos en los productos en el transcurso de toda reacción química como ocurre en las baterías o pilas eléctricas, en una explosión o simplemente durante la oxidación de un metal.

5.5.4 Energía hidráulica

Es la energía presente en una corriente o caída de agua, mediante la cual se puede mover un molino o la turbina para generación de corriente eléctrica.

5.5.5 Energía eólica

Producida por el movimiento del aire la cual en nuestro medio se aprovecha principalmente para el bombeo de agua del subsuelo en regiones secas.

5.5.6 Energía radiante

Es la energía producida por ondas electromagnéticas, como las microondas, los rayos infrarrojos, la luz visible, los rayos ultravioletas, rayos X, rayos gama o radiación cósmica. En la vida diaria encontramos muchas de estas aplicaciones a nivel de electrodomésticos, equipos médicos de diagnóstico y terapia, análisis fisicoquímicos de materiales o en comunicaciones.

5.5.7 Energía nuclear

Constituye la fuente de energía más fabulosa que los científicos han descubierto, se produce al separarse las partículas del núcleo de un átomo grande para producir otros átomos de más baja masa atómica, proceso conocido como fisión nuclear o cuando se unen dos núcleos livianos para forma uno mayor proceso denominado fusión nuclear. En ambos procesos la cantidad de energía liberada es muy grande por ejemplo 1 kg de uranio 235 es capaz de producir 18,5 millones de kilovatios hora en forma de calor. La energía nuclear desafortunadamente se ha utilizado con fines bélicos pero también se utiliza con fines pacíficos para la generación de corriente eléctrica.

5.5.8 Energía mecánica

Es la energía que posee todo cuerpo que al interactuar con su entorno realiza un trabajo; se presenta ya sea en virtud de su movimiento, de su posición o su configuración con respecto a un sistema de referencia.

5.6 Energía cinética

Todos los cuerpos en movimiento al chocar, empujar o arrastrar a otros aplican una determinada fuerza provocando que éstos se desplacen una distancia en determinada dirección, es decir, todo cuerpo en movimiento tiene capacidad para realizar un trabajo, en otras palabras, cualquier cuerpo en movimiento posee energía. Esta forma de energía se denomina ***energía cinética***.

La energía cinética, por tanto, es el trabajo que un cuerpo en movimiento puede realizar sobre otro objeto.

Para determinar la energía cinética de una partícula de masa m, que inicialmente se encuentra en reposo, a la cual se le aplica un fuerza F, para que se mueva una distancia x, con una aceleración constante a, hasta alcanzar una velocidad v, se debe establecer, en primer lugar, el trabajo que la fuerza realiza sobre la partícula y luego relacionarlo con su movimiento.

Entonces, trabajo realizado por la partícula $W = F.x$
se conoce que $F = m.a$

Por otra parte las ecuaciones que describen el movimiento realizado por esa partícula son

$$x = \frac{at^2}{2} \qquad \text{y} \qquad v = at$$

Combinando estas ecuaciones para eliminar el tiempo se obtiene que $a = \dfrac{v^2}{2x}$

Remplazando en la ecuación del trabajo se obtiene

$$W = m.a.x = m(\frac{v^2}{2x})(x) = \frac{1}{2}mv^2$$

Por lo que $$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Esta ecuación indica que la energía de cinética de un cuerpo es directamente proporcional a la masa y al cuadrado de la velocidad, por ejemplo si la masa aumenta dos veces la energía cinética también se incrementa en esta cantidad pero si la velocidad se duplica la energía cinética se cuadriplica.

El cambio de energía cinética de un cuerpo de masa fija es independiente de la forma como se realice el movimiento, solo depende de la velocidad inicial y de la velocidad final, por lo que:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)$$

La unidad de energía en el SI es el joule (J)

Recuerde que $1\ J = N.m = kg(m/s^2)m = kg.m^2/s^2$

Ejemplo 5-6
¿Cuál es la energía cinética de un vehículo de 2.500 kg que viaja por una carretera a 110 km/h? ***Solución:*** Dado que se conoce la masa y la velocidad, la energía cinética se calcula en forma directa, pero antes es necesario expresar la magnitud de la velocidad en unidades de m/s. $v = (108\frac{km}{h})(\frac{1\ h}{3.600\ s})(\frac{1.000\ m}{1\ kn}) = 30\ m/s$ $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2.500\ kg)(30\ m/s)^2 = 37.500\ J$

5.7 Energía cinética y trabajo

Considere la situación donde varias fuerzas actúan sobre un cuerpo de tal manera que hacen que cambie su estado de reposo o de movimiento, como resultado de la acción de las fuerzas, al desplazar al cuerpo en una determinada distancia, se realiza un trabajo neto sobre el cuerpo y esto implica que simultáneamente se presente un cambio en su energía cinética. Entonces, el cambio en la energía cinética está asociado al trabajo. En lenguaje matemático esta relación se expresa de la siguiente forma:

$$W = E_{c2} - E_{c1} = \Delta E_c$$

Donde W = trabajo

E_{c1} = energía cinética de estado inicial

E_{c2} = energía cinética del estado final

ΔE_c = cambio de energía cinética

Si la energía cinética del cuerpo aumenta se dice que se efectuó trabajo sobre él, por el contrario, si la energía cinética disminuye se dice cuerpo realiza trabajo sobre su entorno.

La relación entre el trabajo neto realizado y el cambio en la energía cinética se conoce como ***teorema del trabajo y la energía cinética.***

5.8 Energía potencial

La energía de un cuerpo relacionada con su posición o configuración en relación a otros cuerpos de su entorno se conoce como ***energía potencial***. Dada esta definición se consideran varias clases de energía potencial. Por ejemplo, al dar cuerda a un juguete, un reloj, o cualquier otro dispositivo que funcione con este mecanismo se transfiere energía, la cual se almacena en el sistema particular de resortes, muelles o diafragmas que ponen en funcionamiento dichos artefactos. Así mismo cuando se comprime o se estira un material elástico, éste adquiere la capacidad de realizar trabajo. Los casos más comunes de energía potencial se relacionan con la energía de los cuerpos en virtud de su posición con respecto al campo gravitacional terrestre.

5.8.1 Energía potencial gravitacional

Todo cuerpo que se encuentre a una determinada altura sobre la superficie terrestre, al caer, tiene la capacidad de realizar un trabajo sobre cualquier otro cuerpo. La energía que posee un cuerpo debida a la altura a la cual se encuentra sobre el suelo o cualquier otro nivel de referencia se denomina *energía potencial gravitacional* y es igual al trabajo que realizaría el peso del cuerpo al caer una distancia h.

Entonces $$E_p = W = w.h = mgh$$

Donde

E_p = energía potencial
W = trabajo
w = peso
h = altura
m = masa
g = constante gravitacional

La ecuación anterior muestra que la energía potencial gravitacional de un cuerpo de masa fija solo depende de la altura que caería al realizar trabajo y no de la trayectoria seguida.

Ejemplo 5-7

Calcular la energía potencial de un depósito de 5.000 galones de agua que se encuentran a una altura de 50 metros.

Solución:

En primer lugar se debe calcular la masa de los 5.000 galones de agua, para lo cual se considera que la densidad del agua es de 1,0 kg/L.

$$V = (5.000 \ \ galones)\frac{(3,785 \ \ L)}{(1 \ \ galón)} = 18.925 \ \ L$$

$$m = V\rho = (18.925 \ \ L)(1,0 \ \ kg/L) = 18.925 \ \ kg$$

$$E_p = mgh = (18.925 \ \ kg)(9,8 \ \ m/s^2)(50 \ \ m) = 9,273X10^6 \, J$$

Ejemplo 5-8

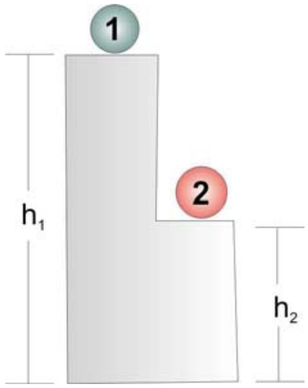


Figura 5-5

En la figura 5-5, las dos esferas tienen la misma energía potencia y las alturas h_1 y h_2 son respectivamente 15 y 7,0 m, respectivamente. Si la masa de la esfera 2 es de 6,0 kg ¿cuál debe ser la masa de la esfera 1?

Solución:

Energía potencial para cada esfera:

$$E_{p1} = m_1 g h_1 \qquad E_{p2} = m_2 g h_2$$

Dado que las energías potenciales son iguales

$$m_1 g h_1 = m_2 g h_2 \quad \Rightarrow \quad m_1 = \frac{m_2 h_2}{h_1} = \frac{(6{,}0\ kg)(7{,}0\ m)}{(15\ m)} = 2{,}8\ kg$$

5.8.2 Energía potencial elástica

Cuando se comprime o se estira un resorte, éste tiende a restaurar su estado de equilibrio inicial, es decir volver a tener la longitud normal, en ausencia de cualquier fuerza que se ejerza sobre él. En este proceso el resorte tiene la capacidad de realizar trabajo. A la energía que tienen los cuerpos elásticos bajo tensión o compresión se le denomina ***energía potencial elástica*** y se calcula teniendo en cuenta la fuerza media que realizaría el resorte sobre cualquier otro cuerpo y la distancia recorrida por el cuerpo de tal manera que el resorte vuelva a restaurar su estado normal.

La fuerza media que ejercería el resorte sobre cualquier cuerpo se obtiene considerando que la fuerza inicial está determinada por la ley de Hooke, como se estudió en el capítulo anterior, y la fuerza final es cero. Por consiguiente

$$F = \frac{1}{2}(0 + kx) = \frac{kx}{2}$$

El trabajo que estaría en capacidad de realizar el resorte es igual al producto de la fuerza media aplicada por la distancia recorrida

$$W = F.x$$

Entonces

$$W = (\frac{kx}{2})x = \frac{kx^2}{2}$$

Éste sería el trabajo que estaría en capacidad de realizar el resorte, equivalente a su energía potencial elástica, por tanto

$$E_{p\ elástica} = \frac{1}{2}kx^2$$

La ecuación anterior indica que la energía potencial elástica es directamente proporcional al cuadrado distancia que el resorte se aleja de su estado de equilibrio ya sea al comprimirse o al estirarse.

EJEMPLO 5-9

Una caja se encuentra sobre una superficie sin fricción unida al extremo libre de un resorte, tal como se muestra en la figura 5-6. Al aplicar una fuerza de 5,6 N la caja se desplaza, provocando un estiramiento del resorte de 14 mm, hasta alcanzar una nueva posición de equilibrio.

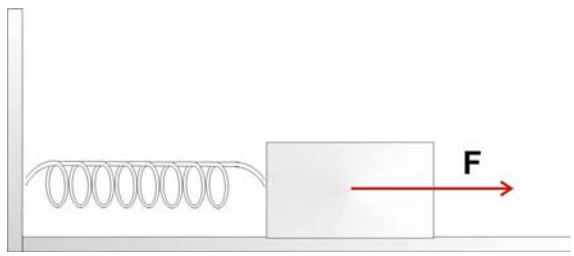


Figura 5-6

a) Determine es la constante del resorte.
b) Determine la energía potencial elástica del resorte en ese estado.

Solución:

a) Al alcanzar el equilibrio, la fuerza la fuerza que realiza el resorte es igual a –F. Entonces la constante del resorte se calcula mediante la ley de Hooke

$$F = -kx \quad \Rightarrow \quad k = -\frac{F}{x} = -\frac{(-5{,}6\ \ N)}{0{,}014\ \ m} = 400\ \ N/m$$

b) La energía potencial elástica se calcula de la siguiente forma:

$$E_{p\ elástica} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(400\ \ N/m)(0{,}014\ \ m)^2 = 0{,}0392\ \ J$$

5.9 Conservación de la energía de la energía mecánica

La energía mecánica es igual a la suma de la energía cinética y de la energía potencial

$$E_m = E_c + E_p$$

Donde

E_m = energía mecánica
E_c = energía cinética
E_p = energía potencial

Experimentalmente se comprueba que en ausencia de fenómenos como fricción, rozamiento o cualquier tipo de resistencia al movimiento, la energía mecánica de un cuerpo permanece constante, este comportamiento se conoce como conservación de la energía mecánica.

Por ejemplo, si lanzamos un objeto directamente hacia arriba con una determinada velocidad inicial, el objeto subirá hasta alcanzar una altura máxima, en este proceso la velocidad va disminuyendo progresivamente hasta llegar a cero. En términos de energía, se observa que la energía cinética al iniciar el movimiento es máxima y disminuye hasta llegar a cero, en cambio la energía potencial tiene un determinado valor dependiendo del punto de referencia y a medida que gana altura aumenta hasta alcanzar un valor máximo.

Si la energía mecánica es constante, entonces su cambio entre dos estados de un cuerpo debe ser igual a cero y por lo tanto el cambio de energía cinética debe ser igual al cambio de energía potencial pero con signo contrario, tal como lo expresan las siguientes ecuaciones.

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \Delta E_c = -\Delta E_p$$

Esta relación entre la energía cinética y la energía potencial permite dar solución a muchos problemas técnicos relacionados con el movimiento que utilizando solo las leyes de Newton serían difíciles de resolver.

Este principio de conservación de energía puede hacerse extensivo a cualquier tipo de energía, por ejemplo al considerar las diversas transformaciones que ocurren en un sistema aislado, es decir un sistema o región del espacio delimitada donde no se presenta transferencia ni de materia ni de energía, se llega a la conclusión de que la energía total de este sistema no cambia. El universo entero se considera como un sistema aislado de ahí el famoso aforismo que se aprende desde la escuela *"la energía ni se crea ni se destruye solo se transforma"*

Por ejemplo la energía potencial del agua de una represa se transforma en energía cinética al ser conducida tuberías hacia las aspas de una turbina donde se transforma en energía cinética rotacional, la cual se convierte en energía eléctrica que a su vez puede producir, luz, calor, trabajo. La suma de todas estas energías, incluyendo las disipadas por efectos de fricción tiene un valor constante.

La ley de conservación de la energía es un principio fundamental de la física que tiene gran importancia en el trabajo de científicos, ingenieros o tecnólogos ya que posibilita determinar la cantidad de energía necesaria en un proceso, cuantificar la energía procedente de recursos renovables y no renovables y realizar predicciones sobre las necesidades de energía en los próximos años.

Por estas razones es necesario e importante que Ud. se asegure de comprender y aplicar los conceptos estudiados a situaciones particulares de su entorno cotidiano.

Realice cuidadosamente cada uno de los puntos del taller No 10 y si se le presentan dudas o inquietudes debe plantearlas en las sesiones de tutoría.

TALLER No 10 ENERGÍA CINÉTICA Y POTENCIAL

OBJETIVOS

- ✓ Calcular la energía cinética de un cuerpo en movimiento de translación
- ✓ Calcular la energía potencial gravitacional y elástica
- ✓ Aplicar el principio de conservación de energía en la solución de problemas

METODOLOGÍA

Desarrolle en forma individual o en grupo cada uno de los problemas o casos planteados y socialice los resultados obtenidos en sesiones de tutoría.

1) Determine la energía cinética que tienen un ciclista y su bicicleta si la masa en conjunto es de 75 kg y se mueven con velocidad constante de 42 km/h.
2) Calcule la altura a la cual debe encontrarse una persona de 70 kg si se sabe que su energía potencial es de 4.900 J.
3) Un futbolista patea directamente hacia arriba un balón de 0,500 Kg dándole una velocidad de 12 m/s. Calcule el valor de la energía cinética y potencial en los siguientes estados: a) después de 0,5 s. b)cuando el balón ha ascendido 5 m
4) Qué altura alcanzará una piedra que es lanzada directamente hacia arriba por una persona que realiza 65,5 J de trabajo sobre ella?
5) Calcule la fuerza media necesaria para detener un automóvil si en el momento de aplicarle los frenos tiene una energía cinética de $8{,}0 \times 10^6$ J y recorre 45 metros antes de detenerse completamente.
6) Un operario de una planta empuja una caja de 25 kg sobre un piso dándole una velocidad de 8 m/s. Se conoce que el coeficiente de rozamiento cinético entre la caja y la superficie del piso es de 0,35. Calcule el tiempo gastado y la distancia recorrida antes de detenerse.
7) Se desea elevar una carga de 500 kg hasta una altura de 20 metros utilizando una grúa accionada mediante un motor eléctrico. Determine la potencia del motor.
8) Un automóvil de 1.200 kg de masa avanza por una carretera a velocidad constante de 80 km/h. Si el coeficiente de rozamiento es de 0,25, determine la potencia del motor.
9) Sobre una caja de 50 kg, inicialmente en reposo, actúa una fuerza neta de 40 N. Determine la energía cinética de la caja después de moverse en línea recta una distancia de 5 m.
10) Un resorte vertical cuya constante es de 400 N/m y el extremo inferior se encuentra fijo, se comprime 10 cm, de tal manera que una esfera que se encuentra en el extremo superior sale con dirección vertical hacia arriba cuando este se libera. Determine la velocidad con la cual sale la esfera y la altura que alcanzaría.

5.10 Calor

El calor es otra forma de energía presente en las acciones cotidianas. Todos distinguimos las sensaciones de calor o frío. En un día despejado los rayos solares calientan la superficie terrestre y el aire de la atmósfera, en cambio en días nublados y en las noches, sentimos que hace frío. Científicamente ¿cómo podemos cuantificar estas apreciaciones?

Antes de comenzar a realizar un análisis de estos fenómenos y responder a la pregunta planteada, consideremos la situación que se presenta cuando un bloque metálico muy caliente se sumerge en agua fría. Se observa que el agua se calienta y el bloque metálico se enfría hasta alcanzar un estado conocido como equilibrio térmico. En este estado todos los cuerpos tienen una propiedad en común que presenta exactamente el mismo valor y que se denominada temperatura.

La temperatura es una propiedad que se encuentra asociada a lo caliente o frío que se encuentra un determinado cuerpo, estas sensaciones resultan muchas veces engañosas para los sentidos, por ejemplo, si Ud. introduce su mano en agua fría, luego la introduce por algunos segundos en un recipiente que tenga una mezcla de hielo y agua, la retira e inmediatamente la vuelve a sumergir en el agua fría anterior, entonces en esta ocasión la sentirá mas caliente. Por ello es necesario utilizar instrumentos cuyas medidas sean reproducibles bajo iguales condiciones.

Resumiendo diremos que la temperatura es la propiedad que tiene igual valor en todos los cuerpos que se encuentren en equilibrio térmico. Muchos materiales, sólidos líquidos o gaseosos poseen propiedades que cambian al variar la temperatura y fácilmente se pueden medir, por ejemplo la dilatación de una columna de mercurio en el interior de un tubo capilar, la dilatación lineal de los metales, la conductividad eléctrica, la resistencia eléctrica, la emisión de energía radiante o la expansión de un gas, tales propiedades se utilizan en la construcción de los instrumentos que permiten medir la temperatura, los denominados termómetros.

Calor y temperatura son conceptos diferentes pero se encuentran estrechamente relacionados. Mientras la temperatura es una propiedad física el calor es una forma de energía que se transfiere entre dos cuerpos a diferente temperatura.

El calor como forma de energía se expresa en joules (J), pero para muchas aplicaciones se expresa también en calorías, kilocalorías o BTU.

La equivalencia entre estas unidades es la siguiente

$$1\ \text{kcal} = 1.000\ \text{cal} \qquad 1{,}0\ \text{cal} = 4{,}184\ \text{J}$$
$$1\ \text{kcal} = 4{,}184\ \text{J} \qquad 1\ \text{BTU} = 252\ \text{cal}$$

Todo cuerpo puede transferir calor ya sea cediendo calor a otros o a su entorno siempre y cuando se encuentren a temperaturas más bajas o recibiendo calor si las temperaturas son más altas.

Por convenio el calor cedido tiene signo negativo y el calor ganado signo positivo.

5.10.1 Escalas de temperatura

En la actualidad se utilizan con gran frecuencia cuatro escalas para expresar la temperatura, tales escalas son: Celsius, Fahrenheit, Kelvin y Rankine.

La escala Celsius se construyó tomando como referencia dos constantes físicas del agua, su punto de fusión y su punto de ebullición bajo la presión de una atmósfera y estableciendo 100 divisiones entre estos dos estados a los cuales se les asignó los valores de cero y 100 grados respectivamente.

La escala Fahrenheit también toma como referencia los puntos de fusión y ebullición del agua a los cuales se les angina los valores de 32 y 212 grados respectivamente de tal manera que esta escala tiene 180 divisiones o grados entre ellos.

La equivalencia entre las escalas Celsius y Fahrenheit se obtiene relacionando los cambios de temperatura entre los puntos de referencia de la siguiente forma

$$\frac{\Delta T_C}{\Delta T_F} = \frac{100}{180} \quad \Rightarrow \quad \Delta T_C = \frac{5}{9}\Delta T_F$$

Ahora tomando una temperatura T cualquiera y el punto de fusión del hielo se tiene que

$$(T_C - 0\ {}^{o}C) = \frac{5}{9}(T_F - 32\ {}^{o}F) \quad \Rightarrow \quad T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32)$$

o también

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$$

Las escalas Kelvin y Rankine son conocidas como escalas absolutas de temperatura y se expresan corrientemente como

$$T_K = T_C + 273 \qquad\qquad T_R = T_R + 460$$

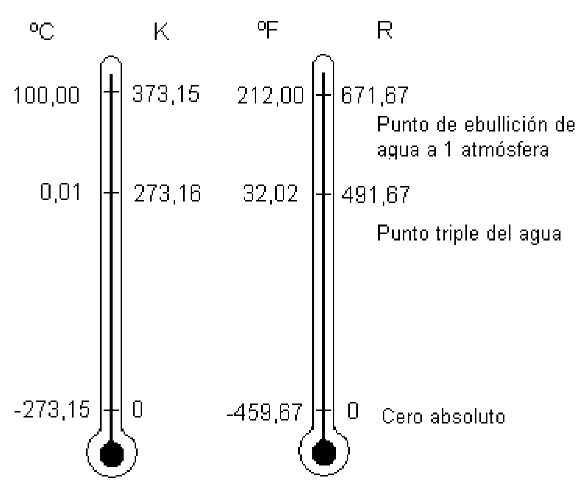


Figura 5-7 Escalas de temperatura

5.10.2 Calor específico

Una propiedad muy importante de la materia que permite cuantificar la cantidad de calor recibida o cedida por un material al cambiar su temperatura, es el calor específico, definido como la cantidad de calor que es necesario suministrar a una determinada unidad de masa del material para elevar su temperatura en un grado. Matemáticamente esta definición se expresa como:

$$c_p = \frac{Q}{m\Delta T}$$

Donde c_p = calor específico
Q = calor transferido
m = masa
ΔT = cambio de temperatura

Las unidades del calor específico en el SI son J/(kg.K), pero se utilizan con bastante frecuencia unidades como cal/(g.ºC), kcal/(kg.ºC) o BTU/(lbm.ºF). Estas últimas unidades son equivalentes entre si, de tal manera que:

$$1{,}0\frac{cal}{g\ {}^{o}C} = 1{,}0\frac{kcal}{kg\ {}^{o}C} = 1{,}0\frac{BTU}{lbm\ F}$$

Los calores específicos de muchos materiales se han determinado por medios experimentales y sus valores se encuentran en los manuales de propiedades físicas de sustancias puras o mezclas. En la tabla siguiente se presentan algunos calores específicos para diferentes sustancias, tomados del manual del Ingeniero Químico.

Sustancias	Calor específico cal/(g ºC)
Agua	1,00
Alcohol etílico	0,57
Aceite mineral	0,44
Glicerina	O,58
Aire	0,24
Hierro	0,11
Cobre	0,093
Aluminio	0,21
Plomo	0,031
Vidrio	0,20
Madera	0,42

Tabla 5.1 Calores específicos

Conociendo el valor del calor específico se puede fácilmente calcular el calor transferido en procesos donde se presentan cambios de temperatura. Simplemente de la ecuación anterior se despeja Q. Entonces

$$Q = mc_p\Delta T$$

Muchos problemas de la vida cotidiana se resuelven utilizando los conceptos estudiados en esta sección. Los siguientes ejemplos ilustran varios casos, analícelos con atención y resuelva los problemas y ejercicios que se presentan en el taller No 11.

Ejemplo 5-10

¿Qué cantidad de calor se requiere para calentar 20 litros de un aceite mineral desde 18 hasta 83 ºC? La densidad del aceite es de 890 kg/m^3

Solución:

Primero se debe calcular la masa de aceite que se quiere calentar

$$m = V\rho = (20 \ L)(890 \frac{kg}{m^3})(\frac{1 \ m^3}{1.000 \ L}) = 17{,}8 \ kg$$

Luego se remplazan los datos correspondientes

$$Q = mc_p \Delta T = (17{,}8 \ kg)(0{,}44 \ kcal / kg.^{o}C)(83^{o}C - 18^{o}C) = 587{,}4 \ kcal$$

Ejemplo 5-11

¿Qué temperatura alcanza un bloque de cobre de 5 kg que se encuentra a 20 ºC y recibe 50.000 J de energía en forma de calor?

Solución:

Para halla la temperatura que alcanza el bloque primero se calcula el cambio de temperatura, ΔT, que experimenta el bloque al recibir calor.

$$\Delta T = \frac{Q}{mc_p} = \left(\frac{50.000 \ J}{(5.000 \ g)(0{,}093 \ cal / (g.^{o}C)} \right)\left(\frac{1 \ cal}{4{,}184 \ J} \right) = 25{,}7 \ ^{o}C$$

$$\Delta T = T_f - T_i \qquad \Rightarrow \qquad T_f = T_i + \Delta T = 20{,}0 \ ^{o}C + 25{,}7 \ ^{o}C = 45{,}7 \ ^{o}C$$

Ejemplo 5-12

¿Qué cantidad de agua había en un recipiente de aluminio de 0,6 kg de masa, si inicialmente tanto el agua como el recipiente se encontraban a 15 ºC y luego de adicionar al conjunto 80.000 calorías su temperatura llegó a 80 ºC.?

Solución:

Las 180.000 calorías son utilizadas para elevar la temperatura tanto del recipiente como del agua. Se calcula primero la cantidad de calor consumida por el recipiente, la cual se resta de la cantidad total de calor para obtener el calor suministrado al agua con lo cual se calcula la masa necesaria.

$$Q_{recipiente} = m_{recipiente} c_{p \ Al} \Delta T = (600 \ g)(0{,}21 \frac{cal}{g.^{o}C})(80^{o}C - 15^{o}C) = 8.190 \ cal$$

$$Q_{agua} = m_{agua} c_{p \ agua} \Delta T = (180.000 \ cal - 8.190 \ cal) = 71.810 \ cal$$

$$m_{agua} = \frac{171.810 \ cal}{(1{,}0 \ cal / g.^{o}C)(80^{o}C - 15^{o}C)} = 2.64x10^3 g = 2{,}64 \ kg$$

10.3 Calor latente

Si Ud calienta una determinada cantidad de agua puede apreciar que la temperatura sube hasta que alcanza un valor donde se mantiene constante, este punto se presenta cuando el agua entra en ebullición y el líquido pasa a la fase gaseosa, el calor suministrado al agua en este proceso no produce un cambio de temperatura sino el aumento de la energía cinética de las moléculas necesario para que se presente el cambio de fase.

De igual forma si se retira calor de un recipiente con agua líquida, por ejemplo colocándolo en contacto con un medio de refrigeración, su temperatura comenzará a descender hasta alcanzar un valor constante cuando el líquido se solidifica, en este caso el calor que se retira corresponde a la energía cinética que las moléculas deben perder para pasas de la fase líquida a la fase sólida.

El calor por unidad de masa que es necesario transferir a una sustancia para que se produzca un cambio de fase se denomina ***calor latente.***

El calor latente generalmente se representa por la letra griega lambda (λ), entonces

$$\lambda = \frac{Q}{m}$$

Donde λ = calor latente
Q = calor intercambiado durante un cambio de fase
m = masa de una sustancia que cambia de fase

Con esta denominación es aplicable a cualquier situación de cambios de fase por lo cual es posible hablar de calor latente de fusión, λ_{fus}; calor latente de vaporización, λ_{vap}, o calor latente de sublimación λ_{sub}. Para los cambios de fases inversos el calor latente tiene el mismo valor que el cambio directo pero de signo negativo por ejemplo $\lambda_{vap} = -\lambda_{condensación}$.

Los calores latentes de muchas sustancias se han determinados experimentalmente y sus valores se encuentran en manuales de propiedades fisicoquímicas. Para el agua, por ejemplo el calor latente de fusión es de 79,7 cal/g y su calor latente de vaporización es de 540 cal/g. Observe que el calor de vaporización es mucho mayor que el calor de fusión ya que se requiere de una mayor energía para separar las moléculas de la fase líquida para que pasen a la fase gaseosa que la requerida para pasar de fase sólida a fase líquida.

El conocimiento de estas constantes permite dar solución a varios problemas donde se requiera conocer la cantidad de calor que se requiere suministrar o retirar para producir un cambio de fase.

Operaciones industriales como la destilación, la evaporación, la cristalización, la condensación o simplemente el secado de un material, requieren que se intercambie cantidades apreciables de energía para que ocurran los cambios de fase correspondientes.

TALLER No 11 CALOR Y TEMPERATURA

OBJETIVOS

- ✓ Expresar las equivalencias de valores de temperatura en diferentes escalas
- ✓ Calcular el calor transferido debido a un cambio de temperatura
- ✓ Calcular el calor requerido durante un cambio de fase

METODOLOGÍA

Desarrolle en forma individual o en grupo cada uno de los problemas o casos planteados y socialice los resultados obtenidos en sesiones de tutoría.

1. Explique: ¿por qué razón si se coloca una mano sobre una superficie de madera y otra sobre una superficie metálica que se encuentren a igual temperatura, la superficie de madera se siente más fría?
2. Consulte la temperatura promedio de su ciudad de residencia y exprésela en grados Fahrenheit, Kelvin y Rankine
3. Consulte la temperatura de fusión de los siguientes metales: hierro, estaño, plomo cobre y cinc, con estos valores construya una tabla donde se ordenen de menor a mayor punto de fusión y se indiquen las equivalencias en las diferentes escalas de temperatura.
4. Calcule la cantidad de calor que es necesario suministrar a 50 galones de agua para elevar su temperatura de 18 a 60 ºC.
5. Una pieza de hierro de 1,25 kg sale de un horno a una temperatura de 873 K y se deja enfriar hasta que la temperatura llega a 20 ºC. ¿Qué cantidad de calor cedió al ambiente?
6. Explique: ¿por qué razón cuando se deja secar sobre la palma de la mano unas gotas de un líquido volátil como el alcohol, se produce una sensación de frío?
7. En un termo se mezclan 120 g de agua cuya temperatura es 19 ºC con 280 g de agua a 74 ºC. Si se desprecian las pérdidas de calor durante la mezcla ¿cuál debe ser la temperatura al alcanzar el equilibrio térmico?
8. ¿Qué cantidad de calor será necesario retirar para congelar completamente 0,5 kg de agua que se encuentra inicialmente a 20 ºC?
9. ¿Qué cantidad de calor será necesario suministrar para transformar 2,50 kg de agua a 15 ºC en vapor de agua a 150 ºC si la presión durante este proceso se mantiene constante en 1,0 atmósferas.
10. Si en un termo se colocan 5,0 kg de agua a 25 ºC y se le adicionan 4,0 kg de hielo en forma de pequeños bloques a 0 ºC, ¿se fundirá todo el hielo? Si es así, ¿que temperatura se alcanza? Si no es así, que cantidad de hielo se funde?

5.11 Energía eléctrica

El estudio de la energía eléctrica comienza por considerar la naturaleza eléctrica de la materia. La materia se encuentra constituida por átomos unidos entre si mediante fuerzas de atracción electrostáticas, es decir fuerzas debidas a la atracción o repulsión de cargas eléctricas. La fuerza eléctrica es una fuerza de la naturaleza determinante del comportamiento observado experimentalmente que cargas opuestas se atraen y cargas iguales se repelen. Los átomos poseen partículas con carga positiva, los protones, ubicados en el núcleo, y partículas negativas, los electrones que se encuentran separados del núcleo, moviéndose a grandes velocidades, formando nubes electrónicas con arreglos especiales alrededor del átomo. Las fuerzas de atracción de los protones por los electrones de átomos vecinos conducen a la formación de enlaces, transfiriendo o compartiendo electrones entre átomos, para formar moléculas. Entonces todos los materiales que conocemos deben su forma y se mantienen unidos gracias a este tipo de fuerzas.

5.11.1 Carga eléctrica y potencial eléctrico

Cuando los electrones de un material se desplazan hacia una región a otra, el sitio con exceso de electrones queda cargado negativamente y el sitio con deficiencia de electrones adquiere carga positiva. Esto sucede al frotar una varilla de vidrio con un paño, los electrones pasan de la varilla de vidrio al paño, por lo tanto el vidrio queda cargado positivamente, caso contrario sucede si se frota del mismo modo una barra o regla plástica, en este caso los electrones pasan a la regla y esta queda cargada negativamente. Ud. mismo puede mediante una experiencia sencilla comprobar en la práctica las afirmaciones anteriores. Consiga dos varillas de vidrio y frótelas con una tela o paño, una de ellas sujétela por la mitad mediante un hilo a un soporte de tal manera que quede horizontal y pueda girar libremente, entonces acerque a uno de los extremos la otra varilla, como se ilustra en la figura 5-8. ¿Qué observa? ¿Cuál es la razón de este comportamiento? Repita esta experiencia utilizando ahora una barra o regla plástica. ¿Qué ocurre en este caso? Finalmente acerque uno de los extremos de la regla de plástico a la varilla móvil de vidrio y luego un extremo de la varilla de vidrio a la regla móvil de plástico. ¿Qué comportamiento se presenta en esta ocasión?

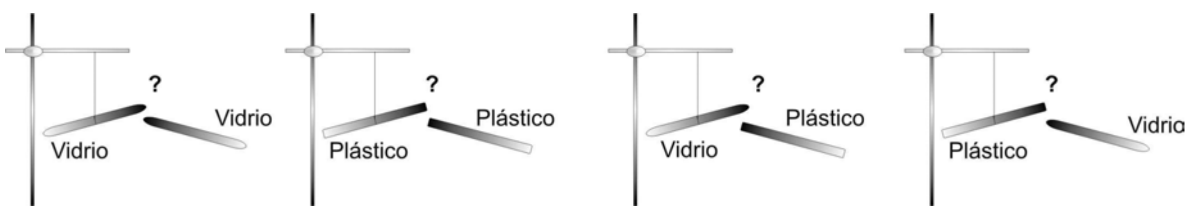


Figura 5-8 ¿Qué ocurre en cada una de las situaciones representadas?

Teniendo en cuenta los resultados anteriores consideremos el comportamiento de las partículas A y B de la figura 5-9 las cuales tienen una carga positiva, si la partícula A se mantiene fija y se desea acercar la partícula B hacia A, entonces se debe ejercer una fuerza para vencer a la fuerza de repulsión generada, en este caso se estaría realizando un trabajo sobre la partícula B y por tanto esta partícula adquiere una energía potencial eléctrica. Si ahora cesa la fuerza que actúa sobre la partícula, ésta acelerará alejándose de A y transformando la energía potencial en energía cinética. Si las partículas tuvieran carga opuesta, entre ellas se establecería una fuerza eléctrica y para separarlas hasta una determinada distancia, se necesitaría también ejercer una fuerza para vencer la fuerza de atracción entre las cargas y por lo tanto también se realiza trabajo sobre una de las partículas la cual adquiere energía potencial eléctrica. Entonces la fuerza eléctrica actúa en forma similar a la fuerza gravitacional, con la diferencia que es mucho más grande, actúa solo a distancias muy pequeñas y puede ser de atracción o repulsión.

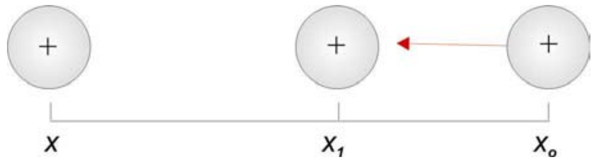


Figura 5-9 Cargas eléctricas

La unidad de carga en el SI es **coulomb** y se representa por la letra C. Un coulomb es igual a la carga eléctrica de $6{,}25 \times 10^{18}$ electrones, por lo tanto la carga de un electrón es de $-1{,}6 \times 10^{-19}$ C y la carga del protón que es igual en magnitud a la del electrón pero de signo contrario es de $+1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

De lo expuesto se puede concluir que toda carga al moverse dentro de un campo eléctrico aumenta o disminuye su energía potencial eléctrica en forma completamente similar a como aumenta o disminuye la energía potencial de una masa al elevarse o descender con respecto a un punto de referencia dentro del campo gravitacional de la tierra.

En el estudio de la energía eléctrica es más conveniente utilizar el concepto de potencial eléctrico que el de energía potencial eléctrica. Por ello se ha definido el potencial eléctrico como la energía potencial eléctrica por unidad de carga

$$\textbf{\textit{Potencial eléctrico}} = \frac{\textbf{\textit{energía potencial eléctrica}}}{\textbf{\textit{carga}}}$$

La unidad de medición del potencial eléctrico en el SI es el volt que se representa por la letra V, de tal manera que:

$$\textbf{\textit{1 volt}} = \frac{\textbf{\textit{1 joule}}}{\textbf{\textit{1 coulomb}}}$$

5.11.2 Corriente eléctrica

Si los extremos de un conductor se conectan a cuerpos de potencial eléctrico diferente, se produce un fenómeno muy interesante y de enorme aplicación práctica, se genera un flujo de carga eléctrica desde el cuerpo que tiene el potencial más alto hacia aquel de potencial más bajo, este flujo de carga se denomina ***corriente eléctrica.*** La corriente eléctrica, entonces solo se manifiesta cuando se presenta una diferencia de potencial eléctrico entre los extremos de un conductor, si esta diferencia desparece, entonces cesa el flujo de carga y por tanto desaparece la corriente eléctrica.

Los metales son buenos conductores de la corriente eléctrica porque poseen electrones que pueden entrar en movimiento y de esta forma transportar carga eléctrica. Los no metales generalmente se encuentran como moléculas con enlaces covalentes lo cual implica que no tienen electrones móviles por lo que no conducen la corriente eléctrica, con algunas excepciones como en el caso del grafito, que debido a un arreglo especial puede conducir corriente eléctrica. Algunos elementos que comparten propiedades metálicas y no metálicas se comportan como semiconductores y en los últimos años han adquirido una gran importancia en la producción de componentes electrónicos como transistores, diodos, circuitos integrados, microchips utilizados en computadores y equipos de alta tecnología.

El agua es poco conductora de la corriente eléctrica pero si se disuelve en ella un ácido, una sal o cualquier otro producto iónico aumenta considerablemente su conductividad eléctrica. Este comportamiento se explica por la presencia de iones de los iones que se generan al disolverse estas sustancias en el agua. Los iones son átomos o grupos de átomos con carga eléctrica por lo tanto si en una solución acuosa se presenta una diferencia de potencial eléctrico, en el interior del líquido, se produce un movimiento de los iones que permiten el transporte de carga.

La principal fuente de corriente eléctrica a nivel industrial y para el consumo doméstico proviene de las centrales eléctricas que aprovechan la energía potencial de grandes caídas de agua o el vapor a gran presión generado en calderas para mover grandes turbinas, las cuales hacen rotar núcleos magnéticos produciendo un movimiento oscilatorio de electrones a través de circuitos eléctricos especialmente diseñados con este fin. De forma similar funcionan las plantas eléctricas que trabajan con motores de combustión interna ya sean de sistema Diesel o de gasolina. La corriente obtenida de esta forma se denomina ***corriente alterna (AC)*** debido a que la polaridad en los extremos del generador cambia periódicamente con el tiempo, esto significa que los electrones en un instante tienen movimiento en una dirección y en otro instante después tienen movimiento en sentido opuesto.

Otra fuente de gran utilidad procede de las reacciones químicas donde se presenta intercambio de electrones, conocidas como reacciones de oxidorreducción, tal es el caso de las baterías o acumuladores de plomo, utilizadas como fuente primaria de energía eléctrica en los automotores, o también el de pilas en sus diversas presentaciones. La corriente eléctrica producida en estos sistemas tiene una polaridad definida y por eso se denomina corriente ***continua o corriente directa (DC).***

También se obtiene una apreciable cantidad de corriente eléctrica por medio de celdas fotovoltaicas las cuales contienen materiales sensibles a la luz solar que desprenden electrones al incidir sobre ellos un rayo de luz.

La unidad de medición de la corriente eléctrica en el SI es el ampere que se representa por la letra A y definido como la carga de 1 coulomb por segundo.

$$\mathbf{1\ ampere} = \frac{\mathbf{1\ coulomb}}{\mathbf{1\ segundo}}$$

Cuando una corriente eléctrica atraviesa un material que presenta resistencia a su paso, la energía eléctrica se transforma en calor y luz, el trabajo eléctrico necesario para forzar la carga eléctrica a través de la resistencia es directamente proporcional al potencial eléctrico, la cantidad de corriente eléctrica y el tiempo durante el cual circula la corriente eléctrica. La siguiente ecuación relacionas estas variables

$$W_{eléctrico} = V.I.t$$

Por otra parte la cantidad de corriente eléctrica que pasa a través de un material es directamente proporcional a la diferencia de potencial eléctrico e inversamente proporcional al valor de la resistencia. La resistencia es una propiedad que determina la cantidad de corriente que puede fluir a través de un conductor. La resistencia eléctrica se representa con la letra R y se define como la relación entre la diferencia de potencial, V, y la corriente, I.

$$R = \frac{V}{I}$$

La unidad de medida de la resistencia es el ohmio, que se representa por el símbolo Ω. De tal manera que 1Ω, es la resistencia que permite el paso de una corriente de 1 A, cuando se aplica una diferencia de potencial eléctrico de 1 V.

Georg Ohm, científico alemán, observó que la resistencia de muchos conductores no depende de la dirección o la magnitud del potencial eléctrico, de tal manera que un conductor o un circuito o cualquier dispositivo eléctrico que cumpla con esta condición se dice que obedece la ley de Ohm, la cual tiene la siguiente expresión matemática.

$$V = I.R$$

De acuerdo con la ley de conservación de la energía, en toda resistencia eléctrica el trabajo eléctrico consumido la resistencia es igual al calor disipado por ella. Esta es una forma sencilla de calcular el calor producido, por ejemplo, por las resistencias de muchos medios de calefacción utilizados industrialmente o a nivel doméstico.

Como ya se estudió en el numeral 5.3, la potencia es igual al trabajo sobre tiempo, este concepto también se aplica cuando nos referimos a la potencia eléctrica, la cual se puede expresar en función de la diferencia de potencial eléctrico y la corriente eléctrica como se puede observar en las siguientes ecuaciones.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{V.I.t}{t} \qquad \Rightarrow \qquad P = V.I$$

La potencia disipada en una resistencia eléctrica o en un circuito que sigue la ley de Ohm se puede obtener al remplazar el valor de V por su equivalente producto, IR, entonces:

$$P = I^2 R$$

Estos sencillos conocimientos nos permiten explicar el funcionamiento de muchos, equipos como los computadores, herramientas, maquinarias, o electrodomésticos, utilizados en nuestros sitios de trabajos o nuestros hogares para lograr una mayor productividad, más comodidad y por ende una mejor calidad de vida. A continuación se presentan algunos ejemplos de aplicaciones de estos conceptos, es necesario que los estudie con atención.

Ejemplo 5-13

¿Cuál será el calor disipado por una resistencia de 5 kΩ si por ella circula una corriente de de 500 mA durante 15 minutos?

Solución:

El calor disipado en la resistencia eléctrica es igual al trabajo eléctrico y éste a su vez es igual al producto de la potencia por el tiempo. Entonces en primer lugar se debe calcular la potencia.

$$P = I^2 R = (0;500 \quad A)^2 (5.000 \quad \Omega) = 1.250 \quad W$$

$$Q = W_{eléctrico} = P.t = (1.250 \ W)(15 \ \min)(\frac{60 \ s}{1 \ \min}) = 112.500 \ J = 112,5 \ kJ$$

Ejemplo 5-14

¿Qué cantidad de corriente pasa a través de una resistencia de 1,2 kW bajo un voltaje de 120 V.?

Solución:

Como se dispone de la potencia y del voltaje, la cantidad de corriente se halla por la relación entre estas dos variables

$$I = \frac{P}{V} = \frac{1.200\ W}{120\ V} = 10\ \ A$$

Ejemplo 5-15

Se desea diseñar un dispositivo que al sumergirlo en un líquido sea capaz de calentarlo mediante la transformación de energía eléctrica en calor a través de una resistencia eléctrica. ¿Qué valor, en ohmios, debe tener la resistencia eléctrica para calentar 5,0 galones de agua, de 15 ºC a 75 ºC, en 20 minutos con un voltaje de 220 V?

Solución:

El trabajo eléctrico debe ser como mínimo, igual al calor necesario para elevar la temperatura del agua, por lo tanto, primero se debe calcular esta cantidad de calor. De ahí se puede calcular la cantidad de corriente y con este dato se obtiene el valor de la resistencia.

$$m_{agua} = V\rho = (5{,}0\ \ gal)(\frac{3{,}785\ \ L}{1\ \ gal})(1{,}0\frac{kg}{L}) = 18{,}9\ \ kg$$

$$Q = m_{agua} c_p (T_2 - T_1) = (18{,}9\ \ kg)(1{,}0\frac{kcal}{kg.^{o}C})(75^{o}C - 15^{o}C) = 1.134\ \ kcal$$

$$W = 1.134kca(\frac{4{,}18\ \ kJ}{1\ \ kcal}) = 4.744\ \ kJ$$

$$I = \frac{W}{V.t} = \frac{4{,}744x10^{6}J}{(220\ \ V)(20\ \ \min)}(\frac{1\ \ \min}{60\ \ s}) = 18{,}0\ \ A$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{220\ \ V}{18\ \ A} = 12{,}2\ \ \Omega$$

- ✓ Reflexione y elabore una lista de los conceptos previos que Ud ha activado durante el estudio de esta unidad.
- ✓ Realice un mapa conceptual donde se relacionen las diferentes manifestaciones de la energía y la forma como calcularlas.

TALLER No 12 ENERGÍA ELÉCTRICA

OBJETIVOS

- ✓ Explicar el comportamiento de los materiales cuando adquieren carga eléctrica
- ✓ Identificar los instrumentos para identificar cargas eléctricas y para medición de propiedades como corriente, voltaje y resistencia en un circuito eléctrico.
- ✓ Aplicar los conceptos de corriente eléctrica, diferencia de potencial eléctrico, resistencia eléctrica y potencia en la solución de problemas

METODOLOGÍA

Desarrolle en forma individual o en grupo cada uno de los problemas o casos planteados y socialice los resultados obtenidos .

1. Acerque un peine previamente cargado mediante frotación rápida contra su cabello o contra un trapo de lana y acérquelo a una corriente pequeña y uniforme de agua. ¿Qué sucede? ¿Se carga el agua?
2. Consulte y explique para qué sirve y cómo funciona un electroscopio.
3. Consulte cómo se como se construye la una batería para carros y cómo produce la corriente eléctrica en ella.
4. Qué instrumentos se utilizan y qué recomendaciones se deben tener en cuenta para su manejo durante mediciones de corriente eléctrica, diferencia de potencial eléctrico y resistencias?
5. Si una pila de 1,5 V, suministra energía eléctrica a una resistencia de 10 Ω, ¿qué cantidad de corriente fluye por la resistencia.
6. Por el filamento de una bombilla eléctrica circula una corriente de 0,5 A cuando se conecta a una fuente de 120 V. ¿Cuál es la potencia de la bombilla? ¿Qué resistencia tiene?
7. ¿Qué cantidad de corriente fluye por el filamento de una bombilla de 20 W la cual se conecta a una fuente de 12 V? ¿Cuál será su resistencia?
8. Calcule la energía consumida por una resistencia de 20 Ω conectada a una fuente de 220 V durante 30 minutos. ¿Cuánto cuesta tener encendida esa resistencia durante el tiempo señalado? Consulte el costo del kW-h en su sector.
9. ¿Cuál debe ser la potencia de una resistencia eléctrica de un calentador de agua conectado a 120 V si se quiere para calentar 10 L de agua de 16 a 40 ºC en 2,0 minutos?
10. Si se sumerge una resistencia eléctrica de 10 Ω, conectada a 120 V, en 5,0 L de agua a 18 ºC durante 5 minutos ¿cuál será la temperatura alcanzada? Suponga que todo el calor disipado por la resistencia se utiliza en elevar la temperatura del agua.

AUTOEVALUACIÓN No 5

1) De las siguientes expresiones, aquella que corresponden a una forma de energía, es
   a) mv
   b) vt^2
   c) IR
   d) Fx

2) Una caja se desplaza 4,0 m bajo la acción de una fuerza de 50 N que forma con la dirección de movimiento un ángulo de 60º. El trabajo en joules realizado sobre la caja es
   a) 50
   b) 100
   c) 173
   d) 200

3) La energía cinética, expresada en J, de un vehículo de 2.000 kg que viaja a 90 km/h, es
   a) $6{,}25 \times 10^5$
   b) $1{,}25 \times 10^6$
   c) $5{,}00 \times 10^4$
   d) $2{,}50 \times 10^4$

4) La potencia es la relación entre
   a) Fuerza y área
   b) Energía y tiempo
   c) Fuerza y tiempo
   d) Trabajo y distancia

5) El trabajo, expresado en J, que realiza por un motor de 5,0 kW, durante 15 minutos, es
   a) $4{,}5 \times 10^3$
   b) $7{,}5 \times 10^4$
   c) $4{,}5 \times 10^6$
   d) $7{,}5 \times 10^6$

6) El calor transferido por unidad de masa y grado de temperatura se conoce como
   a) Calor latente
   b) Calor sensible
   c) Calor específico
   d) Calor másico

7) La temperatura que alcanzan 5 litros de agua a 15 ºC, cuando se suministra mediante un medio de calefacción 50 kcal, es
   a) 20 ºC
   b) 25 ºC
   c) 30 ºC
   d) 50 ºC

8) Si el calor de fusión del agua es de 79,7 cal/g, el calor, en calorías, necesario para fundir 0,5 kg de hielo a 0ºC, es
   a) 39.85
   b) 159,4
   c) 15.940
   d) 39.850

9) El producto coulomb.volt es igual a
   a) Ampere
   b) Joule
   c) Ohmio
   d) Farad

10) La corriente, expresada en amperes, que fluye por una resistencia de 2.000 Ω, sometida a una diferencia de potencial eléctrico de 12 V, es
   a) 6×10^{-3}
   b) $2{,}4 \times 10^4$
   c) $1{,}7 \times 10^2$
   d) $1{,}7 \times 10^3$